DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE May 14, 1936
NO. 1

Colloquium May 18

G. Breit and E. Wigner, Capture of Slow Neutrons
(Phys. Rev. 49, 519, 1936)

此の論文は Bohr の新しい考へ方と qualitative に一致し此考へ方をもつと quantitative に ~~[illegible]~~ 計算を行ひ、この理論が consistent であることを示したもの。

Bethe 等の理論から出てくる結論中、slow neutron の
i) capture cross section が anomalously に大きい場合は scattering も又同じ位大きくなる。
ii) 熱運動を無視すれば capture cross section は $\frac{1}{v}$ に比例すること

は実験と一致しない。又 Van Vleck による resonance 吸収及び phase に対する条件は nuclear structure の現在の picture からは出てこない。

これを説明すれば、nucleus + neutron よりなる system の quasi-stationary state (virtual) が丁度 (ある[illegible]) thermal energy の region 又は其れより少し上にあると、incident neutron が この state に transition をなし、かくして生まれた excited ~~system~~ level が γ-ray emission によって lower level に落ちることによって capture がおこる。一方 excited level から元の free motion に戻る transition prob. もあり、之が scattering に相当する。この場合 前者は後者に比して大であり得る。従って capture に比して extra scattering が negligible なることを quantitative に示している。

実際の計算は non-stationary な方法を apply する。
Transition prob. の大きさを nuclear structure から deduce することはむつかしい (virtual level の巾など)

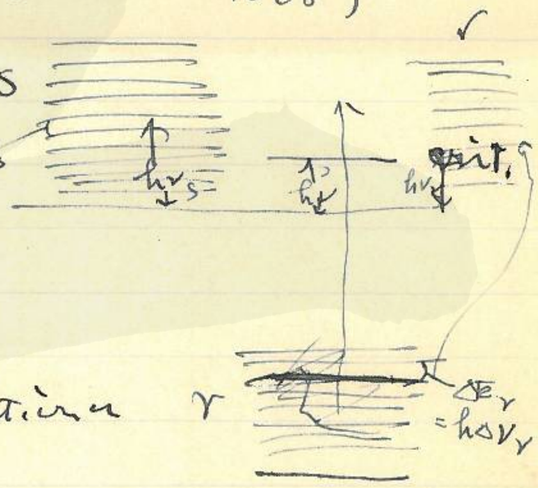
DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................

には殆んど触れてゐない。しかしこの仕事によって、彼の Bohr の qualitative な説明に対し、それが quantitative に於いて consistent に行くかどうかといふ疑問は全く無くなった訳である。

今 neutron が free に ~~incident~~ で s-th state にある prob. amplitude を a_s ; c を quasistationary state にある prob. amp.; b_r を ~~neutron が~~ γ-ray ($h\nu_r$) を出した後の stable state にある prob. amp. とする。(γ-ray を含めた system を考へることになる)

r, s-levels の average spacing をそれぞれ $\Delta E_r, \Delta E_s$ とする。



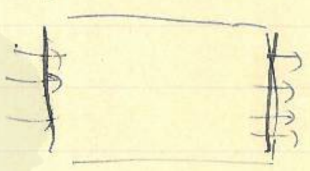
$a_s \to c$ に相当する interaction energy の matrix element を

$$M_s = hA_s$$

~~c~~ $c \to b_r$: $M_r = hB_r$

とする。(但し、これは s, r state の direction に依って異なる)

s 状態は nuclear electrical field によって modify された plane wave で大きな volume V の ~~surface~~ boundary で boundary condition を満足するものとする。(例へば cube の volume の中で periodic な)



a, b, c に対する equation は

$$\left(\frac{d}{2\pi i\,dt} + \nu_s\right) a_s = A_s c$$

$$\left(\frac{d}{2\pi i\,dt} + \nu_r\right) b_r = B_r c$$

$$\left(\frac{d}{2\pi i\,dt} + \nu\right) c = \sum A_s^* a_s + \sum B_r^* b_r$$

となる。(quasistationary state は実際は沢山あるのであるが、その level 間の距離は相当大な一つ大とっても足らない程又 a−b を除の transition の少い現象と思ってよい!!!)

$t=0$ に於て $a_s=\delta_{ss_0}$, $b_r=0$, $c=0$

を満す様な solution を求める。

それには先、$c=e^{-2\pi i(\nu-i\Gamma')t}$ と assume すると第一、第二式から

$$a_s=\frac{A_s\left[e^{-2\pi i(\nu-i\Gamma')t}-e^{-2\pi i\nu_s t}\right]}{(\nu_s-\nu+i\Gamma')}$$

$$b_r=\frac{B_r\left[e^{-2\pi i(\nu-i\Gamma')t}-e^{-2\pi i\nu_r t}\right]}{(\nu_r-\nu+i\Gamma')}$$

(但し、$t=0$ で $a_s=b_r=0$)

が出てくる。之を第三式に入れると、Γ' は

$$\Gamma'=\sum_s\frac{|A_s|^2\left[1-e^{-2\pi i(\nu_s-\nu+i\Gamma')t}\right]}{i(\nu_s-\nu+i\Gamma')}+\sum_r\frac{|B_r|^2\left[1-e^{-2\pi i(\nu_r-\nu+i\Gamma')t}\right]}{i(\nu_r-\nu+i\Gamma')}$$

を満さなければならぬ。ν_s, ν_r と ν との差が大きくなると summation に余り寄与しない (Γ' が小さい程 max. は sharp)。($\Delta\nu_s^{-1}$, $\Delta\nu_r^{-1}$) A, B は s, r と共に余り変らないとすれば之を summation の外に出し、且つ之に可能な orientation に於ける平均値をとれば、又 summation を integration に直すと、($\Delta\nu_s$, $\Delta\nu_r$ が入る)

$$\Gamma'=\frac{|A_s|^2}{\Delta\nu_s}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-e^{-2\pi i(\nu_s-\nu+i\Gamma')t}}{i(\nu_s-\nu+i\Gamma')}\,d\nu_s+\frac{|B_r|^2}{\Delta\nu_r}\int=\pi\left(\frac{|A_s|^2}{\Delta\nu_s}+\frac{|B_r|^2}{\Delta\nu_r}\right)_{resonance}$$

~~Γ'をおうとると第二式が近似的に満される。（$t \gg \frac{1}{\Gamma}$）~~
~~（$t \gg \frac{1}{\Gamma}$ ならば上式の右辺は time に depend しなくなる）~~

又 $$a_{s_0} = e^{-2\pi i(\nu_0 - i\gamma)t} \; ; \; c = A_{s_0}^* e^{-2\pi i(\nu_0 - i\gamma)t} / (\nu - \nu_0 - i\Gamma)$$

~~とすれば~~

$$a_s = A_s A_{s_0}^* \left[e^{-2\pi i(\nu_0 - i\gamma)t} - e^{-2\pi i \nu_s t} \right] / (\nu_s - \nu_0 + i\gamma)(\nu - \nu_0 - i\Gamma)$$

$$b_r = B_r A_{s_0}^* \left[e^{-2\pi i(\nu_0 - i\gamma)t} - e^{-2\pi i \nu_r t} \right] / (\nu_r - \nu_0 + i\gamma)(\nu - \nu_0 - i\Gamma)$$

とおくと ~~Σ~~ 第二、第三式は満される。第一式 $(s \neq s_0)$ 第一式 (s_0) が満足されるためには

$$(\nu_{s_0} - \nu_0 + i\gamma)(\nu - \nu_0 - i\Gamma) = |A_{s_0}|^2$$

第三式が満足されるためには

$$\Gamma = \left[\pi |A_s|^2 / \Delta\nu_s + \pi |B_r|^2 / \Delta\nu_r \right]_{\nu_s \cong \nu_0} \qquad (a)$$

故に γ と ν_0 の間には

$$\gamma = |A_{s_0}|^2 \Gamma / [(\nu - \nu_0)^2 + \Gamma^2] \qquad \nu_0 = \nu_{s_0} + (\nu_0 - \nu)(\gamma/\Gamma)$$

なる関係がなければならぬ。(a)が成立するためには $\nu_s \cong \nu_0$ において

$$\sum |A_s|^2 \frac{1 - e^{2\pi i(\nu_s - \nu_0 - i\gamma)t}}{\nu_s - \nu_0 + i\gamma}$$ ~~の term~~ が sharp

max. をもたねばならぬ ~~その條件として~~
しかるに γ は ν が大きくなると非常に小さくなる。∴ $\gamma t \ll 1$, ~~$\nu_s - \nu_0$~~ にして
$|\nu_s - \nu_0| t \gg 1$ なる t の範囲がある。故に一般に integrand は ν_s と共に急激に oscillate する。しかし $|\nu_s - \nu_0| \sim \gamma$ の附近では $|\nu_s - \nu_0| t \ll 1$ で integrand は殆んど oscillate しない。故に上の summation

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

に際して $|A_s|^2 |B_\nu|^2$ としては $\nu_s = \nu_0 \pm \gamma$ の辺をとればよい
実際 $|\nu_s-\nu_0| \gg \gamma$ の region の contribution を比較すると $2\pi|\nu_s-\nu_0|t$ で exponential に decrease する imaginary な部分と、~~real~~ freq. shift に関係する real part とが在る。之は neglect する。
なほ上の第二の solution は $\gamma t \ll 1$ なる限り t が大なる程 approximation がよい。
(詳細の discussion は Appendix にしてある)

上の二種の solution を combine すれば $t=0$ で $C=0$ なる solution が得られる。~~之は~~ 初めの solution は最初の transient な状態に就てのみ重要な solution である。
さて、~~for~~ incident state s_0 の disappearance に相当する cross section は

$$\sigma = \frac{4\pi\gamma V}{v}$$

である。(∵ ~~[illegible]~~ V なる volume 中に s_0 state の一個の neutron があるとすると、それは、dt 時間に capture によって

$4\pi\gamma\,dt$

丈へってゆく。従って ~~[illegible]~~ unit cross section を通過する neutron が cross する時には ~~dt~~ unit time に $\frac{4\pi\gamma V}{v}$ 丈減るから也。)
しかるに、$\frac{1}{\Delta\nu_s} = \frac{4\pi V}{v\Lambda^2}$ (unit frequency range 当りの possible state の数)

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........
NO..........

$$\sigma = \frac{\gamma \Lambda^2}{\Delta \nu_s} = \frac{\Lambda^2}{\pi} S \frac{\Gamma_s \Gamma}{(\nu-\nu_0)^2 + \Gamma^2}$$

$$\Gamma_s = \frac{\pi \overline{|A_s|^2}}{\Delta \nu_s} \Big|_{\nu_s = \nu_0 \cong \nu_{s_0}}$$

$$\left(\quad S = 2L+1 \qquad \frac{|A_{s_0}|^2 (L+1) + 0}{(2L+1)^2} = \overline{|A_s|^2} \right.$$

$$(A_{s_0})^2 = (2L+1)\,\overline{|A_s|^2}.$$

$$\sigma = \sigma_c + \sigma_s$$

$$\sigma_c = \frac{\Lambda^2}{\pi} S \frac{\Gamma_s \Gamma_r}{(\nu-\nu_0)^2 + \Gamma^2} \qquad \sigma_s = \frac{\Lambda^2}{\pi} S \frac{\Gamma_s^2}{(\nu-\nu_0)^2 + \Gamma^2}.$$

$$\Sigma |a_s|^2$$

scattering の方には更に通常の scattering が加ってくる。
これは resonance の附近の他、即ち $\nu - \nu_0$ の零 $(\nu_0 = \nu_{s_0} + (\nu_0 - \nu)\frac{\gamma}{\Gamma})$ が小さい時である。

◎ Resonance of one-body systems

Bethe 等の扱った simple resonance には上の理論は適用出来ない。(intermediate state がないのではない) この resonance は $L \geq 1$ で slow neutron なら sharp で、この時には potential barrier に邪魔されて内外を分けられる。

この場合上の状態を使って radiation の emission の cross section を求めてみる。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........
NO..........

incident neutron の ~~state~~ $\quad Y_{L\pm1} F/r \cdot \left(\frac{2}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \int_{\Phi} Y_L^2 d\Omega = 1$

bound state $\quad Y_{L\pm1} f/r \qquad \int_0^\infty f^2 dr = 1$

damping const. $\quad \gamma_E = \left(\frac{C}{R}\right) \left| \int_0^\infty F f r dr \right|^2$

$$C = \frac{32\pi^3 e'^2 \nu^3}{3hc^3} \frac{L + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{2L+1} \qquad (L \to L\pm1)$$

$e' \sim e/2 \qquad R \to \infty \qquad \Delta\nu = \frac{v}{2R} \to 0 \qquad \gamma_E \to 0 \qquad \frac{\Delta\nu}{\gamma_E}$: finite

$$\sigma_c' = (2L+1)\Lambda^2 \gamma_E / \Delta\nu \qquad \text{for } \frac{\Delta\nu}{\gamma_E} \gg 1$$

に不適.

○ Sharpness of resonance for single-body problem 計算.

○ Capture by p states　one body problem として p-resonance を考へると 1/40 − 1 volt の範囲に level があれば、capture が scattering よりずっと大きくなりうる。しかしかかる range に level のある prob. は極めて小さく ~~一般的~~ 実験結果を説明し難い。

○ Capture through s wave
(は approx として)
nucleus + neutron system は central field 中の wave function で表す。s-wave は nucleus 中で

$$C \sin Kr/r \qquad C^{-2} = \left[1 + \frac{U}{E}\cos^2 K r_0\right] \cdot 2\pi R$$

$$K^2/k^2 = U+E/E.$$

system の Hamiltonian H と central field の時の Hamil. との差を H' とする.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....
NO. ....

これは r 方向 internal coord. x の函数。 故 initial state の whole wave function は

$$C\psi_0(x)\frac{\sin Kr}{r}$$

で与えられる。 quasi-stationary state の方は $\psi_Q(r,x)$.

$$M_S = \int \psi_Q(r,x)\, H' C \sin Kr\cdot \psi_0(x)\, \frac{dv}{r}$$

$$\cong C\bar{H} r_0^{\frac{1}{2}}$$ の order である。 $\bar{H}$ は H' の nucleus 内の平均値

何故ならば、 $\frac{\sin Kr_0}{r} \cong$ ~~…~~ r_0^{-1}, ~~…~~ $r_0^{-\frac{3}{2}}$ の order の量をとれば

$\bar{H}$ の order は [illegible],

$\bar{H}$ は 0.5×10^6 eV の order 位と推定される。

故に $\hbar\Gamma_s = \frac{|M_s|^2}{\Delta E_s} \cong \frac{\bar{H}^2 r_0\; E}{2\pi R\, U\cos^2 Kr_0\, \Delta E_s}$ (for $E \ll U$)

$\Delta E_s = \frac{hv}{2R}$　　$\frac{E}{\Delta E_s} = \frac{2R\cdot mv^2}{2\, hv} = \frac{R}{\Lambda}$

$\Delta K = \frac{1}{2R}$

$\frac{m}{h}\Delta v = \frac{1}{R}$

$mv\,\Delta v = \frac{hv}{2R}$

$$h\Gamma_s \cong \frac{\bar{H}^2 r_0}{2\pi\Lambda\, U\cos^2 Kr_0}$$

$$\sigma_C = \frac{\Lambda r_0}{2\pi}\,\frac{\bar{H}}{U\cos^2 Kr_0}\,\frac{\bar{H} h\Gamma_r}{h^2(\Gamma_r+\Gamma_s)^2+(E-E_r)^2}$$

E_r: resonance energy

これでみると σ_C には二つの maximum がある。 $E=0$, E_r.

Table 1.

$E_r=1000$, 10000 では 0-max は E_r^{-2}　E_r-max は $E_r^{-\frac{1}{2}}$ に比例して小さくなる。 この辺では scattering の方が大きくなり、一般に上の如き resonance region の他に $\frac{1}{v}$-region が存在している。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........
NO..........

○ Frequency shift

○ Absence of Scattering

実験的には Γ_s/Γ_r は Cd ~~等は~~ 小さいが definite な結果は出来ない。

○ さて 上の如く Γ_s, Γ_r は勝手にとったが
Γ_r をきめる interaction $\bar{H}$ を 10,000 eV に仮定しても $h\Gamma_r = 1$ volt; $E_r = 1$ volt
$\sigma_c = 1000\times10^{-24}\,cm^2$. for E up to 2 volts.
この程度の $\bar{H}$ は selection rule によって除外されぬ限り、この level の附近に存在しうる.

$500\times10^{-24}\,cm^2$ 以上の cross section のものは 72 element 中 10個. isotope を考へると、anomaly は 20 ~ 1 個おこる.
$\frac{1}{40}$ volt で $r_0 = 10^{-12}\,cm$, $h\Gamma_r = 10$ volts, $\sigma_c > 500\times10^{-24}\,cm^2$ ならしめるには $|E_r| = \frac{\bar{H}}{420}$ より大きくてはならぬ. scattering が大きすぎぬためには resonance region $h\Gamma_s < 0.1$ volt. ∴ $\bar{H} < 2\times10^5$ eV.
∴ $E_r < 460$ ∴ 900 volt に一つ level があれば 従って ~~reson~~ anomaly が起る筈. 然るに 18,000 に一つあればよい. この他に ~~直接~~ direct resonance のあるものもあるから もっと減ってもよい. (但し Ag で 20 volt 位にいくつも low energy level があることとは一寸一致が難しい) ThC'' の γ-ray levels は Gamow によると 10万 volt. 故に ~~~~ でこの他に 2万 volt 位の間隔で level があってもよい.

○ Two Maximum の existence.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................

NO..................

主張している. (Rasetti Dunning 等) Cd は $\frac{1}{v}$ に従はず. Ag は従ふ. ∴ Cd の resonance は kT の附近にある.

Ag の方の resonance level は大分大きな所にある. (Bethe によると 20 volt の order) ∴ A-neutron の temp. effect は小さい筈で, これ Rasetti, Fink の主張と一致する (Rh も同様)

Detector	Filter	$\frac{\text{Act } 90°K}{\text{Act } 300°K}$	Fermi-Amaldi group
Mn		1.26	mainly group C
Cu		1.38	〃 C
Ag		1.25	〃 C
Ag	Cd	1.04	〃 A
Ag	Ag	1.05	
Rh	Cd	1.08	〃 D

又 In は C に對する abs. band あり. D-group をも detect する

之等の group の neutron の割合は,

C + D : D : A = 80 : 20 : 15 : 1.

~~80 : 20~~

∴ 之が energy の順と考へられる. (之は不一致か)

Temp. effect を見ると殆んど凡ての capture が energy が小さくなると増す. その effect は Cu, V 大. Ag, Dy 中.

Rh 小. I 無し;

(之れに C に對する absorp. coef は Rh の方が Ag より大きい, ∴ Rh small temp eff. は ~~陽~~ 上の band が relatively に多いことを意味する. // temp eff から見ると $\frac{1}{v}$ region のあることは知れるが, band の order は はっきりわからぬ.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................
NO..................

I, Br の band はずっと上の方らしい。 Au には band がある。

○ Other Possibilities,
long range force で説明しようとすると chemical binding が H^1 と H^2 で違うという事になる。又は cap/scatt をうまく出すには phase integral と force の range の間に特別の関係を assume せねば large number of bands を説明し得ない。
electron-neutron interaction を考へるとすると、それによって、Z^2 に比例する scatt. cross sect が出てくる。それは nucleus-neutron force による物と superpose して sharp な resonance が生ずると考へられるが、同時に el.-neut. int によって isotope shift が起る。これは又 proton による isotope shift がある故、之等が互に compensate して shift が小さくなるとは考へにくい。
然も、electron-neutron int. による isotope shift は observed shift の order と矛盾しないが、その結果から強い resonance を引起し得ない。

○ Charge Particle による Disint. の時の resonance
~~neutron capture は~~ 上の説明から多数の level を導き得ない。この場合には多数の resonance band が存在している。而して、高の Breit の理論より yield を小さく、resonance を sharp にしている。
excitation state は丈 fast neutron との inel. scatt. を可能にする。level が低い程 favorable