

YHAL F08 080

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 1

Mach und Toradon, Ganzzahligkeit in Raum und Zeit. I, II, III, ~~IV~~
(ZS. f. Phys. 114 (1939), 215, 653;
115 (1940), 245)
Mach, , , IV. (ibid.)

I. Die Messungen des Raumes und der Zeit.

I. Was a priori vorliegt, ist nicht der metrische Raum, sondern ein stinktaloses Medium, in das erst mit Hilfe von Körpern und Lichtstrahlen eine Metrik eingetragen werden muß. Erst die Materie „formt“ den Raum. ... Von der zu entwickelnden Geometrie ist demnach wesentlich zu fordern, daß sie zusammen mit der physikalischen Theorie ein in sich widerspruchsfreies Ganzes bilden muß.

Wir finden in der Natur keine Körper, deren Ausdehnung unterhalb einer gewissen Größe ϵ_0 liegt, so sind Abstände unterhalb ϵ_0 durch Ausmessen mittels eines Maßstabes nicht erfassbar. „Es ist grundsätzlich unmöglich, auf Grund eines Einzelversuches, gleichgültig, mit welchen Mitteln er durchgeführt wird, Abstände unterhalb einer gewissen Größe ϵ_0 festzustellen.“
... Diese Theorie darf nur eine Metrik von endlicher Auflösungskraft zulassen, indem sie z. B. unter

andern eine natürliche Begrenzung der Lichtwellenlänge versieht. ... Es ist zu beachten, dass der Satz sich nicht auf Abstandsmessungen schlechthin bezieht, sondern lediglich behauptet, dass Einzelmessungen für Abstände bestimmter Kleinheit versagen, das hindert aber, wie sich zeigen wird, nicht, derartige Abstände auf Grund sehr vieler Einzelmessungen mit beliebiger Genauigkeit zu definieren.

Ob zwei Partikel kongruieren oder nicht, läßt sich durch den unmittelbaren Augenschein feststellen, eine Kongruenz liegt vor, wenn es möglich ist, die Teilchen räumlich getrennt wahrzunehmen. Die zugehörigen Raumelemente greifen dann ineinander. (Gegeben zwei durch Partikel realisierte Raumelemente A und B , so ist der Abstand AB zu bestimmen, wobei als Meßmittel vorerst lediglich eine beliebige Anzahl weiterer Elementarpartikel zur Verfügung steht.)

Dazu ist vor allem die Herstellung eines Maßkörpers erforderlich, mit dem der zu messende Abstand verglichen werden ~~könnte~~ kann. Sind A und B zwei Partikel, so können wir stets A mit B durch eine zusammenhängende Kette von Partikeln verbinden: d. h. jede Partikel der Kette ist mit den beiden Nachbarteilchen durch je eine Kongruenz verbunden ist. Die Mindestzahl n der Ketenglieder ist eindeutig



INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 3

durch die relative Lage von A und B bestimmt,
ohne dass sie aber umgekehrt diese Lage eindeutig
charakterisiert.

Wir haben l_0 zu Beginn als "Größe" der
Elementarpartikel eingeführt. Aber die Elementar-
partikel läßt sich nicht ausmessen. Was sich
messen läßt, ist immer nur der Abstand zweier
Partikel. Wenn wir daher den Begriff "Ausdehnung"
nutzen beibehalten wollen, so müssen wir ihn
mittels eines Abstandes definieren, indem wir
ihn als Abstand zweier Partikel erklären,
die gerade nicht mehr kollidieren.

Siehe wir also von A nach B ein Lichtsignal,
so muß die Zeit, die das Signal zum Durch-
laufen der Strecke AB benötigt, nicht erforscht
sein, da sie ja anderenfalls eine Trennung
von A und B erwüßlichen würde. Es gibt sich
so die Einsicht, daß sich im Einzelversuch niemals
Zeitunterschiede feststellen lassen, die unter-
halb einer gewissen Grenze $t_0 = l_0/c$ liegen.

Den unzulässigen Raumelementen von der "Aus-
dehnung" l_0 entspricht also in der Zeit $t_0 = l_0/c$
gleichbedeutende Zeitelement von der "Dauer" $t_0 = l_0/c$.

Wenn der Zeitunterschied zwischen E_1 und E_2
kleiner als t_0 ist, so sind wir berechtigt, E_1 und E_2
für gleichzeitig zu erklären. Zwei Ereignisse

† Partikel A und B kollidieren nämlich voneinander.



INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 4

sind gleichzeitig, wenn es auf Grund einer Einzelbeobachtung unmöglich ist, sie zeitlich voneinander zu trennen. Ereignisse, die für die Einzelbeobachtung gleichzeitig sind, müssen es also im statistischen Sinne durchaus nicht sein.

Herstellung einer Uhr: Ein aus einer längeren Partikel Z bestehender „Zeiger“ bewegt sich mit beliebiger Geschwindigkeit über einen aus sehr vielen Partikeln bestehenden starren Körper, der als „Zifferblatt“ dient. ... Die beiden Ereignisse: „ Z koinzident mit P_0 “ und „ Z koinzident mit P “ stets durch eine zusammenhängende Kette von Ereignissen miteinander verbinden. ... Das Ereignis E_{1Z} : „ Z koinzident mit P_0 “ mit dem Ereignis E_1 gleichzeitig ~~ist~~. Dann wird das Ereignis E_2 mit dem Faktum: „ Z koinzident mit irgend einer anderen Partikel, so betrachten wir n. t. s. als Ergebnis des Zifferblattes“ ...

Ein Ereignis E festlegt niemals einen ~~Stich~~ definierten Zeitpunkt, sondern immer nur ein (im Bild durch ein Stäbchen repräsentiertes) Zeitmoment.

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 5

II. Bewegung, Geschwindigkeit
und Beschleunigung einer Partikel,
Metrik und Relativitätstheorie.
Hypothese: die in der Erfahrung aufgefundenen
Vektoren einer Kugelgestalt der Partikel ent-
sprechen.

Seien jetzt zwei Partikeln P und P' sowie ein
Mehrkörper mit Koordinatenkreuz gegeben. Es
soll die relative Koordinate x von P' zu P bestimmt
werden. Wir verschieben dazu den Mehrkörper parallel
mit sich selbst, bis P mit dem Nullpunkt P_0 koin-
zidiert und nehmen die Nummer n , der Mehrkörper-
partikel, mit der dann P zusammenfällt, als Ein-
messwert von x . Die Wiederholung des Vorgangs
ergibt verschiedene Werte n , je den mit einer
bestimmten Wahrscheinlichkeit, so daß sich x
(genau wie früher der Abstand s) als Vektor
darstellen läßt. Aus dem Vektor kann schließ-
lich, indem wir die Raumbeziehung der Partikeln
als eine solche von Kugeln auffassen, ein skalarer
statistischer Wert \bar{x} von x abgeleitet werden.

(I. S. 221. Statistisches Abstandsmaß; Von
den oben geschilderten Vektor-darstellung aus gewinnen
wir nun den Anschluß an die klassische Geometrie,
indem wir uns die Raumelemente durch Kugeln
vom Durchmesser h_0 im gewöhnlichen Raum abgebildet
denken. Zwei Kugeln A und B , deren Mittelpunkte
voneinander den Abstand d haben, lassen sich

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 6

dann genau wie unsere Raumelemente durch einen Vektor \mathbf{x} mit vier oder drei Komponenten c_i kennzeichnen und wir können diese Korrespondenz $\mathbf{x} \rightarrow d$ nur dazu benutzen, um zwei durch einen bestimmten Vektor \mathbf{x} charakterisierter Raumelementen ein bestimmtes Abstandsmoß d zuzunordnen. Der so definierte Maßstab sei der statistische Abstand \bar{S} von A und B genannt.)

Die Größen \bar{x} und \bar{z} stehen mit dem statistischen Abstand \bar{S} im Zusammenhang $\bar{S} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{z}^2}$. In dieser Zeit-Synchronisierung der Uhren ...

elementen gehören bestimmte statistische Zeiten t_1 und t_2 , die durch Ablösungen an den Uhren U_1 und U_2 bestimmt werden, und wir stellen nun die Uhr U_2 so ein, daß $(t_2 - t_1) \cdot c = \bar{S}$, wenn \bar{S} den Abstand der beiden Uhren bedeutet. Die Lichtgeschwindigkeit hat dann in jedem Koordinatensystem den Wert c .

Lorentz-Transformation. Die Aussage nämlich, daß zwei Teilchen in Koinzidenz stehen hat immer den Sinn, daß die Teilchen in der Stellung betrachtet werden, die sie im selben Zeitelement einnehmen, was heißen soll, daß dem Zeitelement durch die beiden zu den Teilchen gehörigen Uhren die gleiche Zeit t zugeordnet ist. ... Hierin liegt die Erklärung, daß trotz der Invarianz von l_0 im Maßstab von zwei gegenüberbewegten Beobachtern verschiedene gemessen wird.

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

III. Feldtheorie

No. 7

Die Methode des „Abschneidens“ wird von der Theoretikern schon lange geübt, um unsinnigen Ergebnisse, aber fehlte dem jeden Verfahren innere Begründung und der sich aufgedem gar nicht relativistisch invariant formulieren liefs. Demgegenüber es handelt es sich hier um eine invariante Vorschrift, die aus unserer Metrik entspringt und die Bedeutung hat, dass der Lichtwellenlänge aus geometrischen Gründen nach unten hin eine natürliche Grenze der Wirksamkeit gesetzt ist.

Der „Überdeckungsreich“ der Ladungsteilchen. Die entscheidenden Punkt der folgenden Theorie bildet die durch die Koinkidenz mit den Nachbarpartikeln vorgewiesene Ausdehnung der Elementarpartikel. Ein Partikel zukommt im bestimmten endlichen Überdeckungsreich, indem sie mit allen Raumelementen koinkidiert, die von ihr einen Abstand $\leq l_0$ haben. Wenn wir im folgenden von „Ausdehnung“ oder „schembarer Ausdehnung“ reden, so meinen wir immer diesen Überdeckungsreich, dessen wichtigste Eigenschaft die ist, dass er für eine bewegte Partikel keine Lorentz-Kontraktion zeigt.

— Unsere Auffassung ist die, dass E nicht aus einem Punkt, sondern aus dem Überdeckungsreich des geladenen Teilchen entspringt, was wir durch die Gleichung zum Ausdruck bringen:

$\text{div } \mathbf{F} = e D(\bar{r})$
 wobei jetzt $D(\bar{r})$ eine Funktion des Abstandes \bar{r}
 vom Ort \bar{q} der Partikel bedeutet, die nur für
 $\bar{r} \leq l_0$ bzw. $\leq l_0/2$ von Null verschieden ist
 und die Eigenschaft hat, dass das über den Bereich
 $\bar{r} \leq l_0$ bzw. $\leq l_0/2$ erstreckte Integral $\int dv D(\bar{r})$
 gleich 1 ist. Kein Übergang auf ein anderes
 Koordinatensystem invariant bleibt, da ja das Über-
 deckungsgebiet einer Partikel in jedem Koordinaten-
 system gleich groß ist. $e D(\bar{r}) = n$ sei als Mikro-
 feld bezeichnet und sich relativistisch völlig ver-
 schieden von der gewöhnlichen Makrodichte ρ
 verhält, welche aus der Mikrodichte durch einen
 Mittelungsprozess ableitbar ist.

Die Relativität. Definiert man das Feld, das als
 die Kraft, die eine am Ort $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ befindliche
 der Punktladung erfahren würde, so ergibt
 sich für die Kraft auf ein wirkliches Ladungs-
 teilchen der Ausdruck:

$$\mathbf{K} = e \int dv \cdot D(\bar{r}) (\mathbf{F} + \dot{\mathbf{r}} [v \cdot \mathbf{H}]).$$

