YHAL F08 111

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 1

小林君.(理研学術講演会, 昭和十四年六月)

核に依るMesotronの散乱とBremsung

Mesotronは荷電粒子として核の静電場内で散乱される以外に, 核内のHeavy particleと作用し合って散乱されることも可能である。此のprocessは光子が原子と作用し合って分散散乱を起すことに類似してゐる。この場合, 核が恰度元の状態に戻らなければ光のRaman dispersionに相当してmesotronのenergyが変化することになり, 従ってmesotronが物質中に於てenergyを失ふ一つの原因となり得る。

斯様なprocessに於て, mesotronのenergyが非常に大きく, 核の結合energyを遥に越すやうになれば, 核内の重粒子をfreeであると考へてよいやうになり, この場合には単に(free な)Proton或はneutronに依るmesotronの散乱, 即ち電子に依る光のCompton散乱に相当するprocessとなってしまふ。以下ではmesotronのenergyを種々の大きさに假定して, 以上のprocessの起る確率及びそれに依って失ふenergyの大きさをestimateし, 又他のprocess(主としてionization)に依って失ふenergyの大きさと比較して見る。

1) $E_k - m_u c^2 \lessapprox m_u c^2$ の場合

$$\left\{ \begin{array}{l} E_k \ : \text{incident mesotronの energy} \\ m_u : \text{mesotronの mass} \end{array} \right\}$$

この場合の, 核に依るmesotronのdispersionに対するmatrix elementは, 原子に依る光のdispersionの場合と全く同様にすめることが出来る。即ち系の始状態(A)として, mesotronが$\hbar\vec{k}_0$の運動量($E_{k_0}^2 = \hbar^2c^2(k_0^2+\kappa^2)$, $\kappa = \frac{m_u c}{\hbar}$)をもち, 核が基準状態$\overset{A}{a}$に在るものをとり, この状態から, mesotronが$\hbar\vec{k}$の運動量をもち($E_k^2 = \hbar^2c^2(k^2+\kappa^2)$) 核が状態$\underset{(B)}{b}$に在るやうな全系の状態(B)へ遷移するprocessのmatrix要素は

$$H = \sum_{(C)} \frac{H'_{AC} H'_{CB}}{E_C - E_A - E_{k_0}} + \sum_{(C')} \frac{H'_{AC'} H'_{C'B}}{E_{C'} - E_A + E_k} \qquad (1)$$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

となる。こゝに(c), (c')は核が状態c或はc'に移りmesotronが吸收或は放出されてゐるやうな全体の中間状態を示し，H'_{AC}, H'_{CB}, $H'_{AC'}$, $H'_{C'B}$は夫々の遷移に対するmatrix要素を示す。尚 E_c, $E_{c'}$, E_Aは夫々の状態に於る核のenergyをあらはす。

さて H'_{AC}, H'_{CB}, … 等は(III)の論文，或はSakata-Tanikawa両氏の論文に求められてゐる。(後者に於て吸收の場合がexplicitに書かれてゐるがemissionに対しても唯comp. conjugateをとればよい。mesotronのchargeが±eの両方をもつがそれに対しても同様である。) こゝではHeavy particleに対してRelativityの影響を無視することが出来るから，interaction matrixとしてはSakata-Tanikawa氏の(2.16)式の近似を用ひることが出来る。但し M_0, $\vec{S}$ 等を計算する時には核全体の波動函数を用ひるべきであるから，例へば$\underbrace{\tilde{M}_0 e^{ikr}}_{H'_{AC}に代入さるべき}$に対しては

$$\tilde{M}_{0,i} = \Psi_A^*(r_{P_1}, r_{P_2} \cdots, r_{N_1}, r_{N_2} \cdots)\, \Psi_C(r_{P_1}, r_{P_2} \cdots, r_{N_1}, r_{N_2} \cdots r_{P_i} \cdots) \qquad (2)$$

の如きものをとり，これに $e^{ikr_{P_i}}$ をかけて，~~iについて neutron~~ 全部のneutronに亘って $\sum_i$ をとらなければならぬ。$\hbar\vec{k}_0$のmomentumをもつmesotronがcaptureされて，$\hbar\vec{k}$のmomentumをもつmesotronが $d\Omega$ 方向内へemitされることに対するdiff. cross-sectionは以上のmatrix elementを用ひて

$$d\phi_{AB} = \frac{2\pi}{\hbar v} |H^2| \frac{\hbar c k E_k}{(2\pi\hbar c)^3}\, d\Omega \qquad (3)$$

であたへられる。こゝにvは入射するmesotronのvelocityの大きさである。processに関与する ~~meso~~ Heavy particleのvelocityはcにくらべて非常に小さいから，Hの中のM_0, $\vec{S}$に対して$\vec{M}$, $\vec{T}$は無視できるから，例へばlong.に偏ったmesotronが吸収されて同じくlong.に偏ったmesotronが放出されることに対するdiff. cross-sectionは次のやうになる。

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室所蔵 湯川秀樹史料(中間子論関係)
F08 111

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY

$m_\upsilon c^2$

$$\pi\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\cdot\left(\frac{g^2}{e^2}\right)^2\cdot\left(\frac{m}{m_\upsilon}\right)^2$$

$$3\times 2.8\times 2.8\times 10^{-26}\times\frac{100}{10^2}\cdot\cancel{10000}\times 10^{-4}=10^{-27}$$

$$d\phi_{AB}=\frac{c}{v}g^4\frac{k_0^2k^2\hbar ck}{E_{k_0}\varkappa^4}\left|\sum_{C}\frac{\int\tilde{M}_0^{AC}e^{i\vec{k}_0\vec{r}_0}dv\int M_0^{CB}e^{-i\vec{k}\vec{r}}dv}{E_C-E_A-E_{k_0}}-\sum_{C'}\frac{\int\overset{*}{M}{}_0^{AC'}e^{-ikr}dv\int\tilde{M}_0^{C'B}e^{i\vec{k}_0\vec{r}}dv}{E_{C'}-E_A+E_k}\right|^2d\Omega$$

(4)

こゝで｜　｜^{2}の中の分子は(2)の形の積函数の積分であつて，$\frac{1}{|k_0|}$，$\frac{1}{|k|}$が核の半径の程度のものである場合には 1 の order であると見做し得る。分母は E_{k_0} 及び E_k が $m_\upsilon c^2$ 程度のものであるから，E_c，$E_{c'}$ が非常に高い level でない限り E_k，E_{k_0} 自身の大きさと見てよい。(E_c, $E_{c'}$ が非常に大きい所では分子が小さいと見ることが出来る)。従つて，(4)の order は

$$E_{k_0}-m_\upsilon c^2\sim m_\upsilon c^2\quad(\text{従つて }E_k-m_\upsilon c^2\sim m_\upsilon c^2)$$

の程度の入射 mesotron に対しては

$$d\phi_{AB}\sim\frac{1}{4}\frac{c}{v}\left(\frac{g^2}{m_\upsilon c^2}\right)^2\frac{k_0^2k^2\hbar ck}{E\varkappa^4}d\Omega$$

となり，全 cross section は

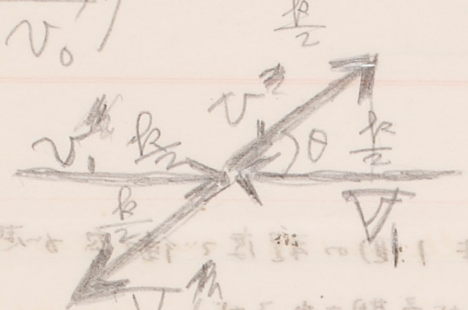
$$\phi_{AB}\sim\pi\left(\frac{g^2}{m_\upsilon c^2}\right)^2\qquad(5)$$

の order となる。これは long. → long. の scatter に対するものであつたが，その他の遷移に対しても同程度のものを得，従つて，mesotron の偏りの方向について和及び平均をとつたものもやはりこの程度のものであると考へられる。さて (5) は核を B 状態に excite することに対することに対する cross section であるから，~~各の~~ 核の excited state をすべて考へれば (5) を $E_B-E_A\approx 10^7$ e.V 程度のもの全部について加へ合したものが斯様な process の起る全断面積となる。(それ以下には level の数は少なく，又それ以上では Matrix element が小さくなるであらう)。斯様な level の数は Bethe 等の計算に依れば $10^5\sim10^6$ 個あるから (level の間隔が $E_B-E_A\sim10^7$ e.V 程度で 10 e.V ～ 100 eV である．但し Atomic no 50－200)
核が 10^7 e.V 程度 excite される全 cross-section は大体

$$\phi\sim\pi\left(\frac{g^2}{m_\upsilon c^2}\right)\times(\text{level の數})\sim10^{-22}\ \text{cm}^2$$

$\vec{k} = \vec{k}' + \vec{K}$

$\vec{k} = \dfrac{mv}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$



$\vec{k}' = \dfrac{mv'}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}$

$\vec{K} = \dfrac{MV}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}$

$v = \dfrac{v_1 + V_1}{1 + \frac{V_1 v_0}{c^2}}$

$\dfrac{k}{2} = \dfrac{mv_1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2}} = \dfrac{MV_1}{\sqrt{1-\left(\frac{V_1}{c}\right)^2}}$

$v'^2 = (v_1 \sin\theta)^2 + \left(\dfrac{v_1\cos\theta + v_0}{1 + \frac{v_1 v_0 \cos\theta}{c^2}}\right)^2$

$V^2 = (V_1 \sin\theta)^2 + \left(\dfrac{V_1 - V_1\cos\theta}{1 - \frac{V_1^2\cos\theta}{c^2}}\right)^2 = \dfrac{2V_1^2(1-\cos\theta)}{[illegible]}$

$\boxtimes$

$M^2V_1^2 = \dfrac{k^2}{4} - \dfrac{k^2}{4}\dfrac{V_1^2}{c^2}$

$V_1 = \dfrac{\frac{k}{4}}{M^2 + \frac{k^2}{4c^2}} = \dfrac{k}{4M^2 + \frac{k^2}{c^2}}$

$k^2 \gg M^2c^2$;

$= V_1^2 \dfrac{\sin^2\theta + \frac{2V_1^2}{c^2}\sin^2\theta\cos\theta + 1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta}{\left(1 - \frac{V_1^2\cos\theta}{c^2}\right)^2}$

$= V_1 \quad 2-$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室所蔵 湯川秀樹史料(中間子論関係)
F08 111
裏

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

となり，例へば鉛に対しては 1 cm で大体 1 個の程度で衝突が起ることになる。（以上の計算の rough さから可成りの誤差が予期されるが）

斯様な散乱が起れば粒子は大きい角で曲げられ（角分布は一様であるから），又一個に 10 MV 程度の energy を失ふことになる。Cosmic ray の hard comp. がこの様な collision を行ふことは今迄から注意されてゐたことであつて，それが普通の ionization の ~~to~~ energy loss（per cm. の鉛で 1.2 MV の程度）では説明できなかつたのであるが，上のやうな collision と考へて説明できる可能性は少くとも示された。（ionization に依る energy loss と mesotron が Proca の式に従ふとして計算しなければならぬのであるが，この程度では従来用ひられてゐた公式が当嵌ると考へてよい。脚註参照）

次に mesotron の energy が

$$E_k - m_u c^2 \sim 10^7 eV \ll m_u c^2$$

である場合について考察して見る。この場合には (4) 及び (5) から

$$\Phi_{AB} \sim 4\pi \frac{v'}{v}\left(\frac{g^2}{m_u c^2}\right)^2 10^{-2} \qquad (6)$$

となる。こゝに v' は出て行く mesotron の velocity である。この cross section は前の場合にくらべて可成り小さい。それ故平均の energy loss としては問題にならぬが時々大きい loss が行はれることを予期できる。

以上の process は荷電 mesotron に限らず中性の mesotron に対しても当嵌るものであつて，中性の mesotron が energy を失ふ原因は殆んど斯のやうな process のみであると見られる。尚入射する粒子と放出される粒子とが ~~energy~~ charge を異にしてゐる process も同じ大きさで起るから，中性 mesotron — 荷電 mesotron 間の轉移の確率も以上の式でそのまゝ與へられる。

2) 次に $E_k \gg m_u c^2$ の場合を考察しよう。$E \sim Mc^2$ では計算が面倒であるが

$$E_k \gg Mc^2$$

になれば，計算が簡単になり，（Heavy particle を free と見做し extreme relativistic な approximation が用ひられるから）~~to~~ cross section は既に Bhabha 等に依って求められてる

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室所蔵 湯川秀樹史料（中間子論関係）
F08 111

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 5

ある。こゝでは この場合に限り，斯様な collision に依る energy loss を estimate しておかう。 この場合の cross section は，一個の heavy particle に対し，重心静止系に於る散乱角 θ 及び入射 mesotron の momentum $\hbar\vec{k}$ を用ひ，次のやうに表される。

$$d\phi = \frac{1}{16\pi^2}\left(\frac{g^2}{m_u c^2}\right)^2\left(\frac{\hbar c k}{m_u c^2}\right)^2(1+\cos\theta)\,d\Omega \qquad (7)$$

他方 per collision に依って heavy particle に与へる energy は（本当の）静止系に於て量ったものとして（θ は重心静止系での角）

$$\varepsilon = \frac{2}{M}(\hbar c k)^2\sin^2\frac{\theta}{2} \qquad (8)$$

となるから，平均の energy loss は

$$Q = \int \varepsilon\, d\phi = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{g}{m_u c^2}\right)^2\frac{(\hbar c k)^4}{Mc^2(m_u c^2)^2}$$

となり，入射粒子の静止系に於る energy であらはせば

$$Q = \frac{1}{24\pi}\left(\frac{g^2}{m_u c^2}\right)^2\frac{Mc^2}{(m_u c^2)^2}E^2 \qquad (9)$$

となる。核との衝突では その核内の Proton 或は Neutron の數をかければよい。
(9) 式で　$E \sim 10^9$ e.V とおいて見ると（この辺では成立しない式であるが order だけを見るために）

$$Q \sim 10^4\,\text{eV} \qquad (1\,\text{cm Pb})$$

程度となり，ionization に依るものに較べて遥かに小さいから，energy loss としては問題にならない。 E が大きい所では E^2 に比例して増すわけであるが，この場合量子力学の適用範囲を限り，Heisenberg 流に momentum change の大きい所をきり捨てると，E に無関係になって，その大きさは

$$\overline{Q} \sim 10^2\,\text{e.V} \qquad (1\,\text{cm Pb})$$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

となってしまふ。

脚註. mesotronの ionization loss

ionizationは荷電粒子と電子との相互作用に依るのであるから，mesotronの ionization lossをしらべるには，mesotronに対しては Procaの式を，電子に対しては Diracの式を用ひて電磁気的相互作用を出して見なければならぬ。この~~大きさ~~相互作用をMøllerの方法で求めて見ると，mesotronの kinetic energyが $m_u c^2$ より遥に小さい限り，それは唯 Coulomb fieldの origin として電子に作用することが判る。(このことは，その範囲で mesotronも Schrödingerの equationをみたすことから明かである) $m_u c^2$ よりも大きい kinetic energyをもつ場合には相互作用~~の大きさ~~が $\left(\frac{E}{m_u c^2}\right)^2$ の形で増す項を含み (Eは関係する mesotronの energy)，従って ionization等の公式も非常に違ってくることになる。然したら，Heisenberg流に量子力学の適用範囲を限ると，mesotronが大きい reactionを受けるやうな遷移に依る contributionは切り捨てられることになり，energyの大きい所でも Coulomb fieldの originと考へた時と orderが変らなくなる。それ故に，high energyの mesotronに対しても，一般の荷電粒子に対して得られた公式が~~大~~大きさの程度をあたへる範囲で当嵌ると考へてよいやうである。

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室所蔵 湯川秀樹史料(中間子論関係)
F08 111