

48p 第三章 場の理論の基礎 就いて 3行
改丁 250
吾々の手は、いかに、くらの、難かしく
なつ 5行

(III) §5. 場と粒子
§6. 素粒子と時空
68p §1.0 中間子の問題 2行

甲 中間子の研究が始まってから、もう大分になりますが、そろそろ一段落になる頃でせうね。
乙 いやなかなかさうは行きません。むしろ最初の豫想に反して、問題はだんだん錯綜して行くばかりです。近來研究が多少下火になつたやうに見えるのは、問題が解決されたためではなく、反対に吾々の手におへないぐらゐづかしくなつたせいです。
甲 豫想に反してといはれましたが、大體としてはやはり豫想通りになつてゐるではありませんか。
乙 定性的には確かに豫想通りになつてゐます。しかし物理学は精密科学ですから、どこかで観測事實との定量的な一致に到達しない以上、最初の出発点がどこまで正しかつたかの保証は得られないのです。
甲 しかしどんな理論でも、ある近似においてのみ正しいのでせう。實驗との對比が精密になるに従つて、兩者の間隙が明瞭になつて来るのは當然の運命ではありませんか。
乙 さう簡単には片付けられないと思ひます。かりに現在の中間子理論が本質的には正しいとしても、それが「どのやうな近似において」正しいのか、吾々にはよくわからないのです。
甲 なるほどさうかも知れませんが、次の段階の理論ができ上らない以上、現在の理論の近似性を明かにすることは不可能なのではありませんか。近似が悪いといふのなら、それは單に中間子理論だけの問題ではなく、もつと廣く現在の理論物理学の方法自身に不十分なところがあるためと考へねばならないでせう。
乙 私も最近さういふ方面の問題を大分考へてみます。それで今回は實は現在の理論物理学で使はれてゐる基礎的な諸概念が、はたして當面の問題の解決に適當してゐるかどうか、十分吟味してみたいと思つてゐるのです。しかし問題はそれだけではないのであります。中間子理論に特有な困難があることも無視し得ないのです。
甲 現在の理論——こゝでは勿論「素粒子論」或は「相對性量子力学」を意味するわけですが——に共通な方法論的缺陷と、中間子理論に特有な困難とを分離することがはたして可能でせうか。
乙 この二つをはつきり辨別できるとは、誰も自信を持つていひ切ることとはできないでせう。後の話の便宜上、一般的な困難を A、中間子理論特有の困難を B と呼ぶことにしませう。さうしますと、現にある學者——たとへば Heisenberg の如き——はすべての困難を A の方に入れようとしてをります。これについては前篇でも論じたことがあります。要するに中間子の關係するやうな現象は、すべて現在の量子力学の適用範囲外にあ

ると見てしまふのです。さうすれば實驗と一致しないのは當然だといふことになります。
甲 すると中間子理論を頭から否定するわけですね。
乙 いやむしろ、中間子理論の特殊な諸假定は一應承認しておいて、もつばら量子力学全體の基礎を問題にするといふ態度です。これに對して、Bhabha などは Dirac が既に電磁場内での電子の運動についてやつたのと同じ方法で——核場(中間子場)の中での核子の運動を取扱ふことを試みてゐるのです。これはつまり、場の量子論に入るより以前に、場の古典論で既に現はれてゐる困難をまづ除き去り、しかる後おもむろに量子化の問題へ入つて行かうとする態度であります。
甲 そのさうな行き方は成功する見込がございませうか。
乙 Dirac といふ人は、随分色々な説をその時々に出してをります。その中には全く時流をぬきんでた卓見もあります。しかし場合によると、經驗的事實を無視する結果として、見當違ひの方向に進む危険性もあります。今の場合がどちらに屬するか、輕々に判斷はできません。
甲 Heisenberg の方はどうでせうか。
乙 なにしる量子力学の基礎といふやうな問題になれば、もとより長年にわたつて考へ抜いてゐることでせうし、また原子核や宇宙線の理論の方面でも、常に指導的な地位にある人ですから、その意見には傾聴すべきものがあると思ひます。しかし Dirac と同じやうに、時によつて考へが變つてをるといふことも考へておかなければなりません。
甲 さういふ考へ深い人達の意見が變り易いといふことは不思議に感ぜられますが。
乙 平生深く考へてをればこそ、思想に變化——必ずしも進歩とはばかりはいへないかも知れませんが——が現はれるのではありませんか。しかし最も公平に見て、中間子理論の行詰りを全部、量子力学全體の問題に押しつけてしまふのは無理かも知れませんが、やはり A の困難と B の困難とが入りまじつてをると見るべきでせう。従つて、中間子理論の出発点になつてゐる諸假定のうち、どれかを改善することによつて、まづ B に屬する困難を除いておくことも決して無益ではありません。むしろそのやうな努力があつて、初めて A と B との分別が可能になるのだと思はれます。
甲 それでは確かに B に屬すると思はれる困難があるのですね。
乙 さういはれると斷言がむづかしいのですが、次の二つはどちらもそれらしく感ぜられます。第一は中間子の散亂乃至は吸収の問題です。今日宇宙線の硬成分は大部分高速度の中間子であると認められてをります。ところが現在の理論ではこの中間子は同時にまた、核場に附随

中間子の由來と發達の就いては、外篇第三章を参照して下さるから、さういふことは、さういふでせう。
ハイゼンベルグ (-)



YHAL F15 010 II-3

40

存在の理法

58

~~場の理論の基礎について(I)~~

~~—新粒子論第3篇—~~

~~湯川 秀樹*~~

~~本篇はかつて本誌に掲載した「新粒子論」[科学 8 (昭和 13), 230, 267; “最近の物質観” (弘文堂) 中に「新粒子理論の概要」として載録] 及び「新粒子論続篇」[科学 9 (昭和 14), 211, 288; “極微の世界” (岩波書店) 中に「中間子理論の現状」として載録] の続きのつもりである。~~

~~従つて読者は中間子理論に関する一通りの豫備知識を持つてをられるものとして問答を進めて行くことにする。~~

- ~~(I) §1. 中間子の問題~~
- ~~§2. 原因と結果の非分離性 (以上本號)~~
- ~~(II) §3. 力學的觀點と統計力學的觀點 (以下次號)~~
- ~~§4. 基本法則と附加條件~~

* 京都帝國大學理學部物理學教授。



この場の概念は、従来の理論を考へられてゐる中間子と電磁場の間の

$$\left. \begin{aligned} N &\geq P + U^- \\ P &\geq N + U^+ \end{aligned} \right\} (1)$$

性が含まれていて、選擇に困りはしないですか。

乙 さうです。しかし核場の理論の方は既にある程度の成功を収めてをりますから、ひとまづそのまゝにおきます。すると U の方はスピンの 1 で、Bose 統計に従ふ粒子と考へてよいわけです。これに對して宇宙線中の中間子は輻射場との相互作用が大き過ぎては困ることなどから——スピンの 0 で Bose 統計に従ふか、或はスピンの $\frac{1}{2}$ で Fermi 統計に従ふ粒子であると推定されます。そこで始めの方の假定を I、後の方を II と呼んでおくことにします。I の方は U から M への直接の轉移に相當するやうな相互作用を假定します。II の方は M が M と中性の中間子 M₀ の對稱轉化するやうな相互作用を假定します。すると U 自身の壽命は極端に短かく、全然觀測にかゝつて来ませんが、M の方は U-M の相互作用の大きさを適當にとつておけば、實際に適合するやうな壽命を持たすことができます。

甲 散亂の方はどうですか。

乙 M の壽命が 10^{-6} 秒くらゐになるやうに、U-M の相互作用の大きさをきめますと、M の核子による散亂の斷面積も今までより桁乃至桁下つて、丁度よくなりさうです。難しい計算はまだ終つてゐないやうですから、あまり斷定的なことをいふのは尙早でせうが、とにかく B の困難を除く一つの希望ができたわけです。しかしこれらの問題については、別の機會に詳しく論ずることにして、ほつぽつ本題に入ることにしませう。

原因と結果の非分離性

甲 本題といふのは A の方の困難のことですか。

乙 一口に A に屬する困難といつても、またその中に色々な問題が含まれてゐます。しかし A の困難の根源は結局 '場' の概念にあると思ひます。場といふ概念は量子力学よりも、更に相對性理論よりも古くからあります。それは何等かの意味で物と物との間の作用を媒介するものを指すのであります。萬有引力の場とか、電磁場とかいふ力の場がその代表的なものであります。離れた 2 點の間を作用が傳はるには有限の時間を要します。作用の遅れといふことを考慮しなければなりません。その場合に、場といふ概念がどうしても必要になつて来ます。

甲 しかしそれはもう相對性理論へ入つて行くことを意味するものではありませんか。

乙 さうです。實際電磁場の問題から特殊相對論が生れ、萬有引力場の問題を中心として一般相對論が成立したと見ることもできるでせう。場の概念は相對論において、特に重要な地位を占めてをります。場の仲介なしには、色々な物體の間の相互作用を相對論的に不變な形に表現することは不可能です。

甲 量子論にとつては場はどんな意味を持つてゐますか。

乙 御承知の通り場と粒子の二重性が量子力学の出発

點であり、またその核心になつてをります。あらゆる種類の粒子に場が伴つてゐると考へなければなりません。

場——或は波動——といふ概念が、そこでは非常に廣い意味を持ちます。電磁場といふやうなものばかりでなく、電子場——或は電子波——といふやうなものも考へなければなりません。

甲 場の種類が増したといふわけですね。

乙 そればかりではありません。この場は量子化されなければなりません。

甲 前にも度々伺つたことがあります。念のために場の量子化の復習をしていただきます。

乙 いたゞは電子が一つある場合、その状態を一つの波動函數——いひかへれば場——で表はすことができます。これは三次元乃至四次元空間における波です。電子が二つ以上ある場合には、それら全體の状態は多次元空間——所謂配位空間——における波動函數として表はさなければなりません。相對論の要求に従つて、この多次元空間における場を再び四次元の場へ引戻さうとすると、場の再度量子化が必要になつて来ます。つまり多體問題を量子力學的に、かつ相對論的に取扱ふのに、量子化された場の概念が導入されたわけです。ここでは三次元空間の各點における場が、量子力學的な意味で '觀測される量' になつてをります。これに對して多次元空間における波動函數は、觀測される量の種々の値が實現される確率を規定する函數——いはゆる '確率振幅'——に過ぎないのです。場を量子化してしまふと、それは最早通常の意味の波動函數ではなくなりますから、別に '場の種々の状態の實現される確率' を規定する確率振幅を考へる必要があります。

甲 すると電磁場のやうな、本來の場の方はどうなるのですか。

乙 電磁場はもともと電子場のやうな確率振幅といふ意味を持つたものではありませんでした。電場や磁場は古典論でも既に觀測される量、即ち力學的變數でした。量子化するといふことは、單にそれを量子力學的な意味での觀測される量と見直すだけのことです。

甲 それでは通常粒子の場の場合とは大分違ひますね。

乙 電子の場合から類推しますと、古典論な電磁場は 1 箇の光子に對する波動函數で、多數の光子を同時に考へる場合には量子化された場に移行するのであるともいへます。しかしこの類似は完全ではありません。古典的な場と古典的な粒子とは相對性量子力学においてもなほ、ある程度の差異を保つてゐるやうに思はれます。これについては 56 であらためて詳論したいと思ひます。當面の問題は場の量子化の方法に含まれてゐる多くの内面的な矛盾をどう解決するかにあります。

甲 内面的といふのはどういふ意味ですか。

乙 理論から出て来る當然の結論がそれ自身として

量子化の方法の點については外篇第四巻で詳しく述べておいて、二つはね

五

する粒子であると考へられてゐます。するとこの中間子は、大気層を通過する際に、原子核との間の強い相互作用のために、散亂されたり、吸収されたりする確率が相當大きい筈です。このことは宇宙線硬成分を構成する中間子が大きな透過力を持つてゐることと矛盾します。

甲 それで B の困難の一つなのですか。

乙 すぐにさう結論することはできません。中間子のスピンを 1 とした場合に 10^9 eV 程度乃至それ以上の中間子の散亂や吸収が大きくなり過ぎるのは、計算の仕方が悪いと考へられます。

甲 どこが悪いのでせうか。

乙 一口にいへば、場の反作用を無視してゐたのがよくなかつたのです。卑近な例でいへば、電子が振動するとそこから電磁波が発生します。すると電子のエネルギーの一部が電磁波に取られ、振動の減衰が起ります。いひかへれば、自分自身の作った電磁場の反作用によつて、電子の運動が影響されるわけです。そのため原子から出るスペクトル線が必ず幅を持つてゐることになります。これと同じやうなことが核場についても考へられます。つまり核子の作る核場の反作用があり、それが中間子の核子による散亂に影響を及ぼします。中間子のエネルギーが大きいほどこの影響が大きくなり、その結果、散亂の断面積はエネルギーの 2 乗に逆比例して減ることになります。

従つてエネルギーの非常に大きなところでの理論と実験の喰違ひは、これで一應解決できるわけです。この問題は Bhabha が Dirac の方法を擴張して古典論的に取扱つてをりますが、最近 Heitler, Wilson 及び Sokolow などが量子力學的な攝動論の計算においても、場の反作用に相當する項をも考慮しておけば、やはり同様な結果が出ることを示してをります。これは要するにスペクトル線の幅に關する Weisskopf や Wigner の計算方法の擴張であります。

甲 エネルギーの低い方はどうなるのですか。

乙 中間子のエネルギーが 10^9 eV 程度以下のところでも喰違ひが現はれてゐます。つまり散亂の断面積を計算してみると、実験よりも 1 桁乃至 2 桁大きく出るので、但し実験の方もまだデータが澤山ありませんので、確實なところはわかりません。この矛盾が本當にあるものとすると、どうも B の方に屬するらしいです。

甲 といふことはつまり、中間子理論に特有な諸假定の中に怪しいところがあるといふわけですね。

乙 さうです。たとへば Bhabha や Heitler などは、核子には陽子や中性子以外に質量が少し大きいやうな色々な状態——ここでは荷電が $-e, +2e, \dots$ 、スピンの $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ になつてゐる——があると假定すれば、この矛盾が除けることを示しました。

甲 何だか少し不自然ですね。

乙 不自然でも何でも、實際そんな變な粒子が見つければ文句はありませんが、見つからない限り、よりもつと

もらしい解決法をさがしたくなります。ところで B に屬すると思はれる困難がもう一つあるのです。それは中間子の壽命の問題です。

甲 その問題は前にも伺つたことがあるやうに思ひますが、もう一度復習して下さい。

乙 現在の理論では核力だけでなしに、 β 崩壊の現象にも、中間子が介在してゐると考へてをります。そのために中間子は自然的に電子と中性微子に變ります。これに原因して非常に短かい平均壽命しか持たないこととなります。静止してゐる場合で 10^{-8} 秒程度です。

甲 実験の方はどうなつてをりますか。

乙 宇宙線の硬成分を構成してゐる中間子中には——理論の豫想通り——大気層までできて後、地上に達するまでに自然と消えてしまふものが相當あることは確かです。しかしその方から平均壽命を推定してみると、——静止してゐる場合に—— 10^{-6} 秒程度と出ます。

甲 すると理論と実験とは、拮抗してゐるわけですね。

乙 さうです。この開きが何に原因するかは別問題として、とにかく B に屬する困難らしく思はれます。なぜかといへば、中間子の消滅に際して發生する電子や中性微子は 10^9 eV 以下のエネルギーしか持たないからです。

甲 それでは、上の二つの困難を除くにはどうすればよいのでせうか。

乙 色々な可能性が考へられますが、萬事工合よく行くといふのはなかなか見つかりません。しかし、最近坂田・谷川兩君の考へ出した假説は、相當面白いやうに思はれます。従來の理論では、核場に附隨する粒子と宇宙線中の中間子とを同一物と見做します。しかしこれに對する直接の證據が別にあるわけではなかつたのです。なぜかといへば、実験室内の核反應によつて、核場に附隨する粒子を作り出すことは、現在の設備では不可能だからです。そこで核場に附隨する粒子 (以下 U と書くことにする) と、宇宙線中の中間子 (以下 M と書くことにする) とは、一應別物だとしたらどうでありませうか。こゝまでは誰もが考へるところですが、問題はその後にあります。一旦切離した U と M の間の非常に密接な關係をあらためて認めるのです。

甲 なぜ兩者の間に關係をつける必要があるのですか。

乙 兩者を全く無關係としてしまへば、原子核は原子核、宇宙線は宇宙線とそれぞれの解決をして行けばよいわけです。しかしそれでは元の本阿彌です。種々の現象に共通な根源を見出すといふことがなければ、理論の存在意義はありません。少くともそれは根本的な理論とはいはれないでせう。

甲 兩者の間に關係をつけるにしても、とにかく 2 種類の粒子の存在を假定するので、随分色々な可能

ツライツ(2)
パイライン
イェル
ソコ
7(2)



‘同時性’を除去してしまふと、‘確率’の概念の適用が困難になります。

甲 原因と結果といふ形での現象の掴み方が、そこではほとんど不可避的になるわけですね。

乙 ですから量子力学の形式だけでなしに、解釈までも相対論的にしようとする、次のやうに考へ直さねばならぬと思ひます。まづ場の理論において、第1圖(a)の如く、空間的に無限遠方までの場の分布が原因となり結果となつてゐるのをやめて、(b)の如く有限のところまで切つてしまひます。すると直線(C)及び(D)における場の分布が問題になります。これは一定の場所において各瞬間を通じて場の満足すべき条件、即ち‘境界条件’を與へることにほかなりません。さうしますと、原因(A)、結果(B)、境界条件(C)(D)によつて作られる四邊形の周邊上での場の分布によつて、場の理論の‘命題’が表現されることになります。しかしこれではまだ不十分です。なぜかといへば特別な座標系——特別な時間の軸 t と座標軸 x ——に關してのみ、上の四邊形は簡単な意味を持つてをります。そこで今度は第1圖(c)のやうに四邊形の代りに、一般の閉曲線(C)を取り、この上での場の分布を問題にします。

甲 すると原因や結果といふ概念はどうなるのですか。

乙 原因と結果とはつきりと分離することは、本来場の理論においては困難なことなのです。たとへば第1圖(c)において(C)なる曲線の3點 P_1, P_2, P_3 をとつて考へてみます。圖のやうに P_1 を通つて 45° の傾きを持つた直線よりも P_2 が上方にあれば、 P_1 の場が P_2 の場に対する原因の一部になつてをります。次に P_2 を通る 45° の直線に對して P_3 が下方にあれば、 P_2 が原因、 P_3 が結果と考へられます。即ち P_2 は P_1 に對しては結果であり、 P_3 に對しては原因になつてをります。そしてまた P_4 のやうな點は P_1 や P_2 に對しては原因でも結果でもありませんが、 P_3 に對しては原因になつてをります。ですから閉曲線(C)上の場の全體を考へた場合、そのどれだけを原因、どれだけを結果といふやうに、2部分に分けることは不可能です。

甲 P_1 と P_2 とは原因と結果であり、 P_4 と P_2 とはさうでないといふのはどういふわけですか。

乙 ある場所から他の場所へ作用が傳はる際に、その速さはどうしても光速 c より大きくはなり得ないことが、相対論でよく知られてゐます。従つて P_1 から出た作用は P_2 に到達しますが、 P_4 から出たものはどうしても間に合ひません。相対論は一見時間と空間とを平等化しましたが、因果關係の有無といふ點において、再び時間と空間の本質的な相違を認めるのです。

甲 それにしても、原因と結果を分けないことにすると、確率振幅といふやうな概念も使へなくなりますね。

乙 一應はさう考へねばなりません。上の(2)の表式

で $t' > t$ なら、/の右側が原因、左側が結果です。しかし特別の場合として、 $t' = t$ と取り、その代りに x_1, x_2, \dots, x_N' と x_1, x_2, \dots, x_N とを異なる變數としてしまつて、たとへば

$$\int \dots \int (p_1' p_2' \dots p_N' / q_1' q_2' \dots q_N' t) \quad (4)$$

と書くことにしますと、これは普通の變換函數になります。つまり q_1, q_2, \dots, q_N なる物理的な量の一組が q_1', q_2', \dots, q_N' なる値を持つてをるやうな状態において、 p_1, p_2, \dots, p_N なる量の一組を觀測した場合に p_1', p_2', \dots, p_N' なる値の得られる確率の振幅を表はしてゐます。この場合時間については普通、何もことわらないのですが、同時的といふことが當然のこととして了解されてをります。すると(4)の右側と左側とは必ずしも因果的に關係してゐるとみなくてもよいのです。——但し本當はもつと前の時刻のことが原因になつて丁度 t といふ時刻に q_1, q_2, \dots, q_N が q_1', q_2', \dots, q_N' といふ値をとるやうな状態が實現されたのだと考へることは勝手ですが、……

少し脇道へ入つてしまひましたが、さて場の理論では確率振幅は(4)の代りに(3)の形をとります。これは第1圖(a)に相當してゐますが、これから(c)に移りますには、(4)の真中の障壁/は撤去しなければなりません。そして簡単に

$$\int \dots \int n(x, t) \quad (5)$$

とでも書くよりほかありません。但し括弧の中の x, t は閉曲線(C)上のすべての點をとるものとします。

甲 すると(5)の表式の物理的意味はどうなりますか。

乙 (C)といふ閉曲線上で $n(x, t)$ といふ場のある分布が實現される確率を意味するものと考へられます。今まではある特定の原因——乃至はもつと廣く特定の條件——が與へられてゐる場合に、ある特定の結果が實現される確率を問題にしてゐたのです。それに對して今度は無條件的にある一聯の現象が起る確率——つまり‘先天的(a priori)確率’——を問題にするわけですね。この着想は Dirac⁽⁴⁾によるものでありまして、既に10年近く前に變換函數の一般化の問題において簡単に論じてをります。以上の所説はそれを別の立場からくはしく論じてみたまでです。私は以前からこの考へ方は自然の深い本質に非常によく觸れてゐるやうに思つてゐるのですが、誰も注意を拂ふ人がなかつたのは不思議です。

甲 正直にいつて、非常に考へにくいですね。

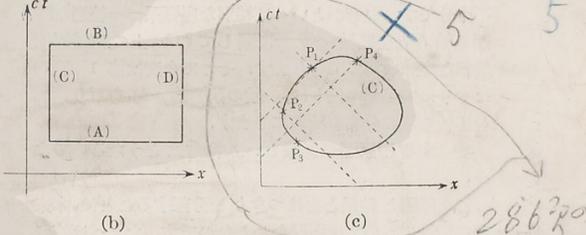
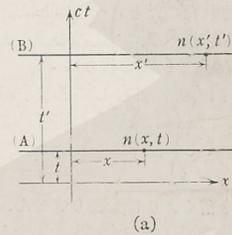
乙 よく考へてみると、この方がずつと實際の事態に適合してをるのです。たとへば吾々が實驗装置を整備して、ある觀測をやるとします。その時には——朝永君も注意されたやうに——實驗がうまく行つた場合の觀測結果だけを採上げるのが普通です。失敗だといつて捨てしまつてゐるものが必ずあります。實驗装置がうまく働くといふ場合、即ち特定の條件が満足されてゐると考へられる場合だけに問題を制限してをるのです。これは自

ディラック⁽⁴⁾

53F $U^\pm \rightarrow e^\pm + \nu$ (1)
 の相互作用: 他 $U^\pm \rightarrow M^\pm + M^0$ (2) (外層の相互作用)
 のため新しい相互作用を仮定します。これは U が M と M^0 中間 M_0 による
 中間化の可能性を表現してゐます。 42

— 実験と比較して見なくても — をかしいといふ場合
 です。たとへば物理的に意味のある量 — 即ち何等かの
 意味で観測にかゝつて来る量 — が無限大になつたりす
 れば、そのこと自身が明かに不合理です。A に属する困
 難の中ではかやうなものが重要な位置を占めてをりま
 す。この他にも 勿論実験と比較して、初めて矛盾の明か
 になるやうなものもありますが、この方はむしろ A と B
 の中間にあるといふべきものです。そこで前者を特に
 A₀ と呼ぶことにしますと、A₀ を解決するには、どうし
 ても場の量子論の方法を變へなければならぬ。ところが
 新しい方法を案出するにはどうしても理論の出発点に
 なつてゐる考へ方自身を反省してみなければならぬ。

甲 さうなると話がどうも漠然として來ますね。
 乙 なかなか掴み所がないので困りますが、思ひ切つ
 て一番元まで立戻ることになります。すると自然現象を記
 述するのにいつでも
 吾々は、時間・空間と
 いふ形式に當てはめ
 るといふことと、因
 果関係において色々
 な現象を結びつけて
 行くといふこと、こ
 の二つが今までのど
 の理論にも共通な根
 柢として横はつてを
 ることを見出しま
 す。



甲 量子力学では因果律は成立しないなどよくいは
 れますが、その點はいかがですか。
 乙 ある観測され得る原因と他の観測され得る結果と
 の間の関係が一般に一義的、必然的でないといふ意味で、
 因果律が成立しなくなります。しかし原因と結果をそれ
 ぞれ取出し、その間の確率的な関係を認めるといふ意味
 において、量子力学もまた自然現象を因果的に見てゐる
 といへるのです。たとへば今筒の電子の位置に着目し
 ます。t といふ時刻に x — くはしく書けば x, y, z —
 といふ位置にあつたことが知れてをる場合に、それより
 後のある時刻 t' に x' といふ位置にある確率振幅を、
 Dirac に従つて
 53F $\langle x', t' | x, t \rangle$ (4) (4)
 と書くことにします。確率自身は確率振幅 — それは複
 素数です — の絶対値の 2 乗で與へられます。(1) の形
 の確率振幅の右側には原因、左側には結果が書かれ、それ
 を / で區切つてあるわけです。通常右側の方、即ち原因
 の方は一つに定めておき、左の方、即ち結果が色々になる
 確率を問題にします。即ち (4) の確率振幅は x', t' の
 函数と見ます。その函数形は Schrödinger の波動方程
 式を、與へられた初期条件 — 即ち與へられた原因 —
 の下に解くことによつて決定されます。

甲 なるほど一つの粒子を對象としてゐる場合はそれ
 でよいでせうが、多数の粒子の集り、乃至は場を對象とす
 る場合にはもつと複雑になりさうですね。

乙 本質的には何の相違もありません。たとへば N
 箇の電子が t といふ時刻に、それぞれ x_1, x_2, \dots, x_N と
 いふ位置にあることが知れてをる場合に、t' に $x'_1, x'_2,$
 \dots, x'_N にある確率振幅は

53F $\langle x'_1, x'_2, \dots, x'_N, t' | x_1, x_2, \dots, x_N, t \rangle$ (2) 5

と書けます。更に量子化された電子場を對象とする場合
 には、確率振幅の右側には時刻 t において空間の各點に
 ある電子の數 $n(x, t)$ 、左側には t' における電子の數の
 分布 $n(x', t')$ を書けばよいわけです。従つて (2) の代
 りに

53F $\langle n(x', t') | n(x, t) \rangle$ (3) 5

となります。これは (2) における電子の數 N を不定に

第 1 圖

したことに相當してをります。この場合には第 1 圖 (a)
 に示したやうに、直線 (A) の上の場の分布が原因で、直
 線 (B) 上の分布が結果となつてをるのであります。

甲 場の量子論の解釋はそれよりほかにできないので
 ですか。

乙 粒子系に對する非相対性量子力学からの延長とみ
 れば、これが一番手近な考へ方です。實際今日最も廣く
 採用されてゐる Heisenberg-Pauli の場の量子化の方
 法に物理的な意味づけをすれば、當然さうなります。こ
 の理論は色々な意味で — 勿論量子力學的ではありま
 すが — まだ十分相對論的であるとはいへないのです。

甲 それはなぜですか。

乙 相對論では、形式的にも實質的にも、時間と空間と
 は密接に關聯してをります。そして時間を一應空間化し
 てしまふことによつて、自然現象の記述の客觀性を保證
 しようとする。ところが量子力学では時間が特別の意
 味を持つてをります。一般に量子力學的な對象となる粒
 子の位置は — 特別の「状態」にある場合を除けば —
 あらかじめ知れてはゐるだけ。ただ粒子が種々の位置に
 ある確率が知れてゐるだけです。この場合一定の時刻にお
 ける — 即ち「同時」的な — 色々な空間的位置の全體
 が問題になります。その全體にわたる確率分布の時間的
 變化が波動方程式によつて規定されてをります。この

たりを説明し、 (4) シュレディンガー

然自身には本来なかつた、人間の選擇、人間の仕業です。
成功も失敗も通じて、そこに自然の最も根源的な法則性
を見ようとする方が、より深い態度であると思ひます。
そしてその中の特別の場合として、—曲線 (C) の一部
分での場を與へられたものとして固定して、残りの部分
の場の種々の分布を問題にすることによつて—從來の
立場が含まれて來るのです。

(續)

文 献

- (1) Heisenberg: Ann. d. Phys. **32** (1938), 20; ZS. f. Phys. **110** (1938), 251.
- (2) Bhabha: Proc. Roy. Soc. A. **172** (1939), 384; Bhabha

- and Corben: *ibid.* **178** (1941), 273; Bhabha: *ibid.* **178** (1941), 314.
- (3) Dirac: Proc. Roy. Soc. A. **167** (1938), 148.
- (4) Heitler: Proc. Camb. Phil. Soc. **37** (1941), 291; Wilson *ibid.* 301.
- (5) Sokolow: Jour. Phys. **5** (1941), 231.
- (6) Weisskopf und Wigner; ZS. f. Phys. **63** (1939), 54; Weisskopf: Ann. d. Phys. **9** (1931), 23.
- (7) Bhabha: Proc. Ind. Acad. Sci. **11** (1940), 347; Heitler and Ma: Proc. Roy. Soc. A. **176** (1940), 368.

- (8) 坂田・谷川・中村・井上: 理研講演會講演 (昭和17年6月)
- (9) Heisenberg und Pauli: ZS. f. Phys. **56** (1929), 1; **59** (1930), 168.
- (10) Dirac: Phys. ZS. Sowj. **3** (1933), 64.

文献は篇末へ

(8) 坂田・井上: 日本數學物理學會誌 16 (昭和17年), 232;
谷川・中村: 理研講演會講演 (昭和17年6月),

つお訊ねたいことがあります。それは時間の前後といふことです。原因と結果とを分けられるといふことは、時間の前後といふこととはつきりきめられることを意味してゐるでせう。原因と結果と分けられないとすると、もはや時間の一方性が失はれて、空間との區別がなくなつてしまふことになりさうですが。

乙 時間の一方性乃至非可逆性は、もともと物理学の理論から簡単に出て来るものではないのです。‘原因と結果とを分けられる’といふことは、必ずしも‘原因と結果とは入れ換へられない’といふことと同等ではないのです。現に物理学の最も基本的な諸法則は、時間の向きを逆にしても形が變らないやうになつてをります。古典力学から電気力学、量子力学へと進んで行つてもこの事態に變化はなかつたのです。殊に一般相対論では、物理的法則はあらゆる種類の座標——勿論四次元的な座標——の變換に對して不變であることが要求されてゐます。時間の向きを逆にしても法則が變らないといふことは、時間の進み方が丁度吾々と反對になつてゐるやうな観測者にとつても、吾々と同様なできごとの因果的系列が認め得るといふことです。ところがこの同じ系列を吾々が観てゐると、丁度結果が先に来て原因が後になつてゐるわけですが、かやうにして今日では古典力学から量子力学までひつくるめた廣義の力學的法則に關する限り、時間の一方性とか非可逆性とかいふものは現はれて來ないと考へられてゐます。従つて時間の一方性といふものは、もともと別のところから出て來るべき筈のものだつたのです。

甲 しかし時間を逆にしても法則の形が變らないといふ規則を、自然が果していつでも守つてゐるかどうかは疑問ですな。

乙 なるほど、時間の流れを吾々と反對に感ずるやうな観測者といふものは考へなくてよいかも知れませんが、すると一般相対性理論の座標變換は少し廣過ぎるやうにも思はれます。しかし重力場があつて、時空が複雑に歪曲してゐる場合をも考慮に入れると、時間軸の方向といふことに關しても色々問題が出て來るでせう。ですから一般相対性理論の要求をいれて、あらゆる座標變換を鵜呑みにする方が却つて簡単なのです。そこで吾々の取るべき態度は一方では非常に小さな時間・空間領域に對しては現在の相対論乃至量子論とはよほど違つた新しい法則性が支配してゐるであらうことを豫想して、その發見に努力することであり、そして他方では、時間の一方性を力學的法則以外に求めるべきではありませんか。

甲 力學的でない自然法則が一體あるのですか。

乙 自然現象を基本的な諸過程に分析し盡した場合には、そこに支配してゐるものは——少くとも現在の物理学においては——廣義の力學的法則以外にないであらうでせう。しかし吾々が自然法則と稱してゐるものは、必ずしもかやうな基本的過程に關するものばかりではありま

せん。その典型的なものとは熱力學的法則であります。それは多數の分子の集團に對して、はじめて意味を持つてをります。その中にはエントロピーの増大の法則の如く、自然の経過の一方性を示すものがあります。吾々はこゝに過去と未來の一方の相違を見出すのであります。ところで熱力学の諸法則は、統計力学を通じて、力學的法則に還元できます。しかし力學的法則自身は過去と未來に對して可逆的であつたのに、それから誘導される熱力學的法則が非可逆的であるとは不思議であります。そしてそれは古典統計力学の立場においては、結局解くことのできない謎でありました。量子力学を基礎とする量子統計力学の發達に伴つて、この見かけの反理には一つの解決が與へられました。それは主として **Neumann** の研究に負ふのであります。しかしそのやうな問題に深入りしてゐる暇はありません。詳細な説明は別の機會に譲りたいと思ひます。

甲 それでは要點だけ簡単に話し下さい。

乙 量子力学自身において、既に‘確率’の概念が重要な地位を占めてをりました。それは前節で述べましたやうに、原因と結果とを結ぶ紐帯であります。或はまた、ある特定の實驗装置を特定の仕方で運轉した場合に得られる観測結果に對する豫想として現はれて來るといつてもよいでせう。ところが量子統計力学には更に他の確率的要素が加はつて來ます。第一に原因自身に對する吾々の知識が不十分な場合を問題にしてゐるのです。たとへばある瞬間における氣體の體積、壓力、溫度等に關する知識から出發して——個々の分子の状態については十分な知識を持たずに——その後の熱力學的狀態の推移を論じようとする。

甲 個々の分子の状態を知つてゐるといふことと知らないといふことと、どこに實質的相違があるのですか。

乙 たとへば吾々が氣體を構成する分子の一つの、位置も運動量もどちらも知らなかつたとすると、それは‘知らなかつた’だけであつて實際は種々の方法で、たとへば位置——或は運動量——を知ることでもできた筈であります。これに反して、もしその分子の位置を實際‘知つてゐた’とすると、運動量を知ることとは全く不可能だつたのであります。後の場合には分子はある一定の状態にあつたといつてよく、前の場合には分子は——たとへば位置或は運動量が一定の値を持つ——色々な状態のどれかにあつたとしかいへないでせう。従つて色々な初期状態の混合の割合——いひかへれば色々な原因の實現される確率——に對する適當な假定が必要になります。そして量子力学では個々の状態の時間的経過を問題とするのに對して、量子統計力学では色々な状態のある‘混合’を對象とするわけですが、但し‘混合’の時間的變化はやはり量子力學的法則によつて規定されてゐます。

甲 なるほど、考へてみると吾々は對象に對する不完全な知識しか持つてゐない方が普通です。従つてはじめ

113(12)



ワグネル

子

場の理論の基礎について (II)

—新粒子論 第3篇—

湯川 秀樹

それにしての間に

§2 原因と結果の非分離性 (続き)

甲 前回は原因と結果の非分離性に関する御意見を承りました。それはなるほど面白いですが、場の理論全体の困難 A と一體何の関係があるのですか。

乙 その點が實は一番大切なところですが、しかし残念ながら私にも、まだはつきりした見透しはついてをりません。たゞ次のやうなことは考へられます。現在の量子力学が適用できるやうな諸現象——それは狭く考へれば非相対性量子力学の支配する領域ですが——に對しては、原因と結果の分離は別に差支へがありません。場の量子化といふやうなことも、そこでは別に新しい困難を惹起しません。それはたゞ、多次元の配位空間から三次元の量子化された波への移行に過ぎません。數學的にいへば、2種の座標系の一方から他方への變換にはかならないのです。しかし相対性量子力学では事情は異なつてをります。多次元的な表現が困難であつたればこそ、場の概念の活用による四次元的表現が重要になつたのです。勿論配位空間の相對論的擴張としての‘多時間理論’も成立し得ますが、これについては後に詳しく論じる機会があることと思ひます。こゝではもはや、非相対性量子力学の考へ方をそのまま採用すべき必然的理由はないのです。ですから、非相対性量子力学の範圍では現在の解釋と矛盾せず、しかもそれよりはできるだけ廣い考へ方を採用して置くことが、相対性量子力学へ立向つて行く際に恐らく有利であらうと思はれます。

甲 しかし現在の考へ方より廣いものは幾通りでもあり得る筈ですから、何かもう少し具體的な論據が欲しいやうに感じます。

乙 まことに御尤もです。Aの困難といふ中にも色々種類があれはせうが、その中で最も根の深いのは恐らく時間・空間の連続性に關係したものでありませう。そしてそのことは様々な言葉で表現できます。たとへば電子——もつと一般に各種の素粒子——が有限の擴がりを持つことを考慮すること、即ち電子半徑を合理的な形で導入することによつて、Aの方の困難は除けるのであると想像されてゐます。Heisenberg⁽¹⁾はこれを‘普遍的な長さ’の導入といふ言葉で表はしてをります。ところで電子やその他の素粒子が大きさを持つてるとしますと、その内部の2點——これを相對論的に擴げて考へれば、四次元時空内の非常に接近した2點——といふもの間には通常の意味での因果關係が成立するかどうかわかりません。なぜかといへば、たとへば電子の中で電磁場が1點から他の點へ、——外部と同じやうに——光速で

で傳はるものなら、各部分間の電氣的な斥力のために、電子自身が壊れて離れ離れになつてしまふ筈です。これを一つの微粒子としていつまでも保持して置くには、何か別に凝集力のやうなものが必要です。

甲 その凝集力がまた一つの場として表はされるわけですね。

乙 實際 Bopp⁽²⁾といふ人は、⁽¹⁾點電子の假定から出發して、通常の電磁場のほかに凝集力の場として核場によく似たものの存在を假定することによつて、電子の‘自己エネルギー’が有限になり得ることを示しました。私もこの種の凝集力の場の問題と關聯して素粒子の構造について論じたことがあります⁽³⁾。それについてはまた後に述べることにしますが、こゝで直ちに問題になるのは——渡邊君も指摘されました通り——この凝集力の場に伴ふ、粒子に對する凝集力の場が更に必要になり、どこまでも切りがないことです。

甲 點電子から出發したためではありませんか。

乙 理由はもつと深いところにあるやうに思はれます。通常の場は光速——またはそれ以下の速度——で作用を傳達するものと考へられます。さういふものだけでは、どうしても素粒子の構造——構造といふ中には勿論‘大いさ’といふやうな概念も含まれてゐます——の問題までも解決することはむづかしさうです。なぜかといひますと、Bopp 自身も電子運動に對する輻射の反作用を考へる場合に Dirac⁽⁴⁾の方法を採用してをります。

ところで Dirac も點電子の假定から出發したのではあります。その結果はあたかも電子に大いさがあるのと同じことになつてをります。そして電子の内外を次のやうにして區別してをります。——これは谷川君の注意で氣づいたことですが、——電子の内部では信號が光速よりも速く傳はり得るやうになつてゐるのです。従つてそこは通常の因果關係の存在しないやうな時空領域であると考へられねばなりません。このやうに推論して參りますと、原因結果の非分離性は素粒子の構造が關係するやうな問題において眞に本質的な意味を持つに至るであらうことが想像されるではありませんか。とにかく、非常に小さな時空領域においては、通常の意味の因果關係は存続し得ないだらうといふ豫想はできると思ひます。そしてそのことが素粒子の存在といふ事實と離るべからざる關係にあると考へられます⁽⁵⁾。

§3 力學的觀點と統計力學的觀點

甲 話が十分むづかしくなつて來ましたが、もう一度元へ戻つて、原因と結果の非分離性に關係したことで

ハイゼンベルグ⁽¹⁾

三ツ

ディラック⁽³⁾

ディラック

三ツ



つであらうことを豫想せられました。さうすると現在の量子統計力学の方法をできるだけ模倣して、場の理論を建設して行けばよさうですね。

乙 両者の共通点のみ着目すると一應さういふことになりさうです。そこで量子統計力学に倣つて、状態の混合から出発してみます。つまり量子力学的體系の状態を表はす波動函数 $\psi(x, t)$ そのものは使はず、(10) ρ の '密度行列' ρ ばかりですまさうといふのです。Neumann(9)はこれを '統計演算子' S と呼んでをります。

甲 それはどういふものですか。
乙 今量子力学的體系の任意の状態 ψ を直交函数 ψ_m の重畳と見て

5.8.1
$$\psi = \sum_m c_m \psi_m \quad (8)$$

と書いたとします。するとこの體系に関する任意の物理的なる量 x の、この状態における平均値は

5.8.2
$$\int \psi^* x \psi = \sum_{m,n} \tilde{c}_m c_n \int \tilde{\psi}_m^* x \psi_n \quad (9)$$

で與へられるでせう。但し $\tilde{\psi}$ 等は ψ 等の複素共軛函数、 \int は ψ 中の變數全部についての積分、乃至和を意味してをります。ところが若しも吾々が、體系の状態をよく知らないとし、一つの體系を考へる代りに、非常に多數——これを N とします——の體系の統計的集合體を一度に考へ、これについて更に平均する必要がある。つまり (9) の代りに

5.8.3
$$\frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \int \tilde{\psi}^{(s)*} x \psi^{(s)} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{m,n} x_{mn} \sum_{s=1}^N \tilde{c}_m^{(s)} c_n^{(s)} \quad (10)$$

を取らねばなりません。但し

5.8.4
$$x_{mn} = \int \tilde{\psi}_m^* x \psi_n \quad (11)$$

です。そこで

5.8.5
$$\rho_{mn} = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \tilde{c}_m^{(s)} c_n^{(s)} \quad (12)$$

と書くことにしますと、(10) は

5.8.6
$$\sum_{mn} x_{mn} \rho_{nm} = D(x\rho) = D(x\rho) \quad (13)$$

とも書けます。但し $D(x\rho)$ と書いたのは、 x といふ行列と ρ といふ行列の積の行列を作り、その對角要素全部の和を取るといふ意味です。すると任意の物理的なる量の、統計的集合に對する平均値は密度行列 (12) によつて完全に定まつてしまふこととなります。いひかへると、集合の統計的な性質は密度行列 ρ によつて完全に記述できることとなります。これに對して行列 x の方は集合を構成する個々の體系の力學的な性質によつて規程されてゐるわけです。

甲 ρ が ψ の行列である以上、體系のある物理的なる量に對應して ρ と考へられるでせう。するとそれは力學的な變數で、もはや統計力學的な變數とはいへないの

ではありませんか。

乙 ρ の形を與へるといふこと——即ち ρ を時間 t 及び體系の力學的變數 p, q 等の定まつた函数と見るといふこと——はある定まつた統計的集合を取出すといふことにほかならぬ。ところが場の量子論では、'四次元空間内の一つの三次元閉曲面上において、種々なる場の分布の實現される確率' が問題になるべきである。従つてここへ密度行列 ρ を持ちこむにしても、一定の形の ρ だけを取り出すのではなく、種々の形の ρ が實現される確率を問題にせねばならないのではないかと思はれます。

甲 密度行列 ρ を採用すれば、(8) で表はされるやうな確率振幅はもう考へなくてもよいのですか。

乙 さうは行きません。通常の再度量子化法では、最初確率振幅の意味を持つてゐた ψ を量子化して、量子力學的變數と見直します。すると今度は、量子化された ψ 等の函数としての確率振幅を新たに考へなければなりません。それと同じやうに、 ρ を量子化すれば、その函数としての確率振幅が別に残ることになりませう。勿論その形は (6) そのまゝではないかも知れませんが、さういふ意味で今後の場の理論は、現在よりも更に統計力學的な要素を多く含むと考へられるにもかゝらず、結局において量子力學的立場に復歸せざるを得ないのであります。逆説的にいふならば、眞に統計力學的なものは、却つて力學的でもあらねばならないでせう。Fermi の統計とか Bose の統計とかいふものは確かに統計であると同時に、量子力學的な概念でもあるのであります。

5.8.7 基本法則と附加條件

甲 今迄のお話で、これからさき理論物理学を發展させて行くには、自然現象に對する因果的な見方に新しい制限を加へることが必要だといふことを力説されましたが、私にはどうも腑に落ちない點が多いのです。第一吾々が自然法則と呼んでゐるところのものは、何等かの意味で自然現象相互の因果的な關係を規定してゐると考へられます。従つて、因果的でない見方をするといふことは、自然の法則性自身までも否定してしまふ危険性を含んでゐるやうに思はれますが、

乙 決して法則性を否定することにはならないと思ひます。たゞ、法則性の意味が變るだけです。現在の量子力学でも因果律が問題にされてゐますが、それは別に自然の法則性の嚴密さを疑ふのではないのです。今度の問題の出發點は、'相對性の要求' にあつたのです。つまり時間と空間の間の差異を一應なくしてしまふことから始まつてゐます。吾々は常識的には次のやうに考へてをります。多くの自然現象は、それ等に共通な '法則' に従つて起ります。それ等が現象として違ふやうに見えるのは、發生の '條件' が異なるためであります。たとへば遊星も彗星も同じ運動の法則に従つてゐるが、初期條件が異なるために、様子が大變違ふのであります。弦や棒などの振動の多様性は初期條件や境界條件を色々變へ

密度行列

1.9.2.1 (m)

○内は6p



286頁の註9
(*)を挿入

から‘混合’を相手にする方がより自然であるとも考へられますね。

乙 その通りです。‘ある體系について何かある知識を持つてみる’といふ中に、‘ある體系について最上の知識を持つ’といふことが、明かに含まれてゐます。實際これに對應して、状態——これを混合と區別するために、特に‘純粹状態’と呼ぶこともある——は混合の特別の場合と見做すことができます。その意味で量子統計力学だけでもすませさうにも思はれます。勿論現在では一般に量子力学の方がより基礎的な理論と考へられてをります。この點についてはなほ詳しく論じたいと思ひますが、その前に量子統計力学に入つて来る第二の確率的要素について述べませう。

量子力学では通常孤立した體系を相手とします。若しも他の體系との間に相互作用がある場合には、それ等を一緒にして一つの體系と見ます。これに對して量子統計力学では、一般に外部との相互作用のある——いひかへれば外部からの擾亂のある——體系を問題にします。これを擾亂の原因をも含めたある大きな體系の一部と見て、‘不完全體系’と稱することもあります。しかし現實に存在する物は常に外部との間に何等かの交渉を持つてゐるので、不完全體系を考へる方がより實際に即してゐるといへるでせう。それはとにかくとして、外部からの擾亂があると、體系の状態乃至‘混合’状態に不連続的な、豫期できない變化をもたらすことになります。そのために未來に對する不明の度合が増加します。これがエントロピー増加の法則にほかならぬと考へられるのであります。

甲 そこではじめて過去と未來の區別ができるといふわけですね。前節でお話があつたやうな、極端に小さな世界では原因と結果の區別ができなくなるといふことと、量子統計力学の世界で時間の一方向性を認めるといふことは、同じ量子力学から出發して正反對の方向へ進んで行つた結果と考へられますね。

乙 なるほど、一應逆の方向のやうに見えます。しかし、そこにやはりある共通性が發見されるのです。といふのは、場の理論において相對性の要求を徹底すれば、§2で述べたやうに、原因と結果を一緒にした一聯のできごとの起る確率が問題になります。原因を一つだけ取り出すのでなしに、色々な原因の起る確率までも考へることになります。統計力学でも‘どんな原因——どんな初期状態——が一番起り易いか’とか或は‘色々な起り得る原因についてどんな平均を取ればよいか’といふことが最初に問題となります。エルゴードの假定はこれに對する解答にほかならぬのであります。エルゴードの假定は單なる統計力学的な假定でなく、力学體系の一般的性質と密接な關係のあることが知られてはゐますが、それにしても結局‘原因の確率’について云々するものであることに變りはありません。但し相對論的な場の取扱

ひと、量子統計力学的方法との間には次のやうな差異があることを注意しなければなりません。後者においては原因の不明は状態の重疊としてではなく、單なる混合として現はれて來ます。いひかへれば、原因同志の干涉はないのです。これに對して前者においては、原因に關する量が結果に關する量と同じやうに、確率振幅自身の中に入つてをります。即ち

$$\psi(r, t) = \sum_i c_i \psi_i(r, t)$$

なる表式の中の變數 $n(r, t)$ は原因と結果の兩方を含んでをります。従つて原因の干涉が考へ得ることになります。從來の量子力学のやうに、これを

$$\psi(r, t) = \sum_i c_i \psi_i(r, t)$$

と分けて書ける場合に限ることにしてしましても、/の右側にある $n(r, t)$ を變數と見れば、それはやはり原因同志の干涉を意味してをります。(X)

甲 科學者は常に自然現象の中の因果的な秩序を探求してゐるといつてよいでせう。つまり原因から結果への経過が問題となるのであつて、結果から見て原因の確率乃至は干涉を云々する必要はなさうに思ひますが。

乙 なるほど、一應はさう考へられます。目的に對する手段といふ立場から自然現象を利用しようとするのは、科學ではなく技術であるともいへるでせう。しかし科學が技術の基礎になり得るのは、因果的な關係を目的と手段といふ關係に見直せるからです。そしてそれなればこそ、逆に技術が科學に對する有力な後援者となり得るのでせう。吾々がある新しい物理實驗を企圖する場合に、第一に問題となることは、ある量の觀測をするのに、最も無駄の少なさうな、換言すれば最も失敗する確率の少なさうな方法を見つけ出すことであります。つまりある目的に對する手段を選ぶといふには、ある結果をもたらし得る種々の原因を比較することが必要であります。ですから結果を固定して、原因の確率分布を調べた場合に、若しもある原因の確率が特に大きかつたとしますと、吾々はこの原因を、與へられた結果、即ち目的を達成するのに有効な手段であると判斷してよいでせう。従つて原因と結果とを分離できない場合を考へることは、——武谷君も指摘されたやうに——目的論的な見方へ更に接近することを意味してゐるかも知れません。現在の科學の段階においては、因果的な見方と目的論的な見方とは對立してゐるやうに見えます。しかし吾々が自然の奥底へ更に深く進んで行けば、そこには何等かの‘存在の法則’があるだけで、因果的な見方も目的論的な見方も、共にその形を失つてしまふのではないでせうか。そこまで行きつかないために、自然現象のあるものは因果的に見え、他のものは合目的的に見え、兩者がばらばらなものやうに感ぜられるのではないでせうか。

甲 話が少し禪問答見たいになりさうですから、元的路へ引返すことにしませう。今後發展すべき正しい場の理論は、現に存在する量子統計力学と多くの共通性を持



(*) 284頁右欄へ挿入

甲、するとエルゴードの仮定は要らなくなるのか、

乙、従来の量子力学で一つの原因から初期条件の
種々の結果の相対確率は、確率振幅 $(x't/x_t)$ に
よって定められます。そこで今ある一つの結果、 $\text{Pr}(x't')$
に対する種々の原因 (x_t) の確率 (x_t/x_t') ^{導き出す} 同一 $(x't/x_t)$
から定められることと等へます。すると今まで原因同士の
同一関係がなかったのが、~~結果を~~ 結果を通じて確率的に
結びつけられることになり、エルゴードの仮定は自然とそ
に含まれてくることになります。

甲、数式で表はるとどんなことになりやうか、

乙、 x, x' の固有値が連続的であるとして、確率振幅
に対して従来からある規格化の条件は

$$\sum_{x'} |x't'/x_t| = 1 \quad (10)$$

です。今あるように

$$\sum_x |x't'/x_t| = 1 \quad (11)$$

Pr 原因の異なる規格化の条件を附加します。すると初期
条件を異なることになり、 $|x't'/x_t|^2$ によって、種々の
原因に対する種々の結果の確率が全部同時に規定される
ことになります。

甲、原因と結果とを結びつけられる場合のようになるのか、

乙、 (x_t/x_t') の如き確率振幅を定める場合、既に(10)、
(11)の相違する条件が導入してあることになり、

得ることに原因してをります。運動の法則は一つしかないのです。吾々は先づこんな風に考へます。この場合に運動の‘法則’とは、勿論物體の位置の‘時間的變化’を意味するものであります。これに對して初期の‘條件’は‘一定の時刻’における物體の状態に關するものであり、境界の‘條件’は一定の場所における、‘時間に無關係な’制限を意味してをります。この區別は明かに自然現象の記述に際して、‘時間’が特殊な地位を占めてゐるために生じたのであります。

ところが場の理論では、この區別はある意味ではなくなつてをります。たとへば電磁場に對する Maxwell の基礎方程式の中には

$$\text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad (14)$$

の式のやうに、ある一定の時刻における場の状態のみに關係するものも含まれてゐます。場方程式とは四次元時空において接近してゐる諸點の場との關係を規定するものであります。従つて同時的な諸點——もつと一般に‘空間的な’ (raumartig) 諸點——のみが關係する場合もまた、一つの特別な場合として當然含まれ得るのであります。

甲 しかし基本法則といふものをもつと狭く考へて、たとへば

$$\text{curl } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{I} \quad (15)$$

の如く時刻の異なる諸點——一般に‘時間的な’ (zeitartig) 諸點——の場との關係を規定する式に限ることのできるでせう。さうすれば (14) はやはり、一つの‘附加條件’と見るべきではないでせうか。

乙 一應はさう考へられます。實際従來の量子電氣力學でも、非相對性量子力學の方法をそのまま使ふには、Heisenberg-Pauli のやうに (9) — (14) は附加條件と見る必要が有りました。このやうな方法が矛盾なく遂行できるためには、しかし (15) の如き因果關係を表はす法則と、(14) の如き同時的狀態を制限する條件とを明確に區別し得るといふことが前提となつてゐます。そしてそれは更に、真空中における作用の傳達が光速 c より速くは行はれないといふ保證があつて、初めて許されるのであります。ところが §2 の終りの所で論じたやうに、素粒子の大きさを考へると、その内部での作用の傳達速度は c 以上になると推定されます。従つて素粒子の構造までも考へるならば、因果的法則と制限條件のはつきりした區別は不可能になると思はれます。これを逆の面から見れば、非相對性量子力學の概念と方法をそのまま受繼いでゐたのでは素粒子の存在の問題は解決できないといふこととなります。Heisenberg-Pauli の量子電氣力學が、一方においてそれ自身としての矛盾を含んでゐると同時に、他方において‘電子半径’の合理的な導入に困難を感じてゐる所以もそこにあると思ひます。

甲 それでは一體どうしたらよいのですか。

ハイゼンベルク・パウリ

乙 吾々は基本法則と附加條件の區別を一應撤廢してしまはなければなりません。従來のやうに、一定の原因による種々の結果の可能性を問題にする場合には、この原因が初期條件を與へたわけです。ところが原因と結果の區別をやめて、§1 第 1 圖 (c) のやうな時空内の閉曲面上での一聯のできごとの起る確率を問題にする場合には、第一初期條件と境界條件の區別がなくなります。それと同時に、従來因果關係を表はすと考へられてゐた法則自身も、ある一組のできごとが起るか起らぬかを定めたり、またその確率の大小を判定したりする材料として、やはり廣義の‘條件式’になつてしまひます。自然法則といふものは、要するに無限の可能性にある制限を加へるものであると考へられます。法則とは常に一種の‘選擇規則’であるともいへるでせう。これを逆に見れば、すべての‘條件’が法則の性質を持つてゐることにもなるでせう。

甲 なるほど、さうも考へられます。しかし果してさういふ考へ方から出發して、場の理論を建設して行けるでせうか。

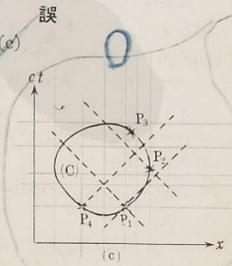
乙 物理學の理論といふものは、大抵の場合、現實の事實の強制によつて新しい數學的形式の採用を餘儀なくされることから發展してゐます。たゞ概念ばかりが先走りしても大した收獲の得られないのが普通であります。しかし一般相對性理論のやうな例外的な場合もありますから、必ずしも初めから絶望視することはないと思ひます。現に Dirac の‘多時間理論’の如きは、Dirac 自身は別にそんな風には考へてゐないかも知れませんが、Heisenberg-Pauli の理論のさういふ方向への一つの擴張になつてゐると認められます。これについては次の節で詳しく論じることにして置きます。(續々)

文 獻

- (11) Bopp: Ann. d. Phys. 38 (1940), 345.
- (12) 湯川: 數物年會講演 (昭和 16 年 4 月).
- (13) 湯川: 理研講演會講演 (昭和 17 年 6 月).
- (14) Von Neumann: Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Berlin, 1932.
- (15) Dirac: Proc. Camb. Phil. Soc. 25 (1929), 62.
- (16) Dirac: Proc. Roy. Soc. A 136 (1932), 453; Dirac, Fock and Podolsky: Phys. ZS. Sowj. 2 (1932), 468.

正 誤

- 1. 前號 253 頁第 1 圖 (c) は右圖の如く訂正す。
- 2. 同 254 頁 28 行目の P_0 が下になれば及び 30 行目の P_0 が下方になればはそれぞれ
 ……上になれば
 ……上方になればと訂正す。



46

ディラック

2552

1/2

場の理論の基礎について(III)

— 新粒子論 第3篇 —

湯川 秀樹

湯川秀樹

5. 場と粒子

甲 前回色々な出来事間の時間的な関係と空間的な関係とが、どこまでも區別し得るものかどうか問題となりました。結局素粒子自身の構造が関係して来ると、この區別はできなくなるであらうといふ御意見でした。これについてもつと詳しい説明をして頂きたいと思ひます。

乙 前にも申しました通り特殊相対論が成立する限り、空間を作用が傳はる速さは光速 c より大きくならない筈です。そしてこの規則は、微視的現象をも含むほとんどあらゆる場合において、忠實に守られてゐるやうに見えます。そしてそれなればこそ、吾々は今まで自然現象に對する因果的な見方を保持することができたのです。この事實をもつと違つた側面から眺めて見ませう。作用を場として表はしますと、その場には粒子を伴ふてありませう。この粒子の質量が m で、空間を自由に走つてゐるとし、その運動量を p 、エネルギーを E としますと、よく知られた

$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$

といふ關係が成立します。この關係は粒子の速度

$v = \frac{pc^2}{E}$

が常に光速 c より小さいことの保證になつてをります。従つて自然界に存在する粒子がすべて (16) の如き條件を満足してゐる限り——いひかへればそれらが‘實數’の質量を持つてゐる限り——因果的な見方は自働的に保證されてゐることになります。逆にいへば (16) の條件を満足するやうなものだけが、古典的な自由粒子に對應するものなのであります。しかしかやうな對應を離れて考へると、運動量とエネルギーの間の (16) の制限は不可缺ではありません。 $E^2 - p^2 c^2$ といふ組合せは相對論的に不變になつてをりますが、それが一定の値を取らねばならぬといふ先天的な理由はありません。いはんやそれが 0 または正の數であるとは限らないでせう。たとへばそれが負の常數になつたとすると、

$E^2 - p^2 c^2 = -m^2 c^4$

と書けますが、これは虚數の質量を持つた自由粒子に對應するものと考へられます。

甲 今迄そんなものが全然問題にならなかつたのはなぜですか。

乙 (16) で定義される粒子の速度は常に c より大きいですから、そのやうなものの存在は明かに自然現象の因果性を破壊してしまふ——時間的な關係と空間的な關係

とがすつかり入れかはずつてしまふ——ことになります。こんなことは通常の世界——その中には互視的世界ばかりでなく、原子の内部の微視的世界も含まれてゐます——では到底許されません。しかし個々の素粒子の内部をも含んだ世界が、何等かの意味で考へ得るならば、そこでは必ずしも通常の世界と同様な時間的關係・空間的關係が保持されてゐるとは限らないでせう。従つて虚數の質量を持つた粒子といふやうなものも考へられませう。勿論そのやうなものは素粒子の内部、或はその極く近くに存在し得るものでなければなりません。

甲 それにしても随分變なものですね。

乙 よく考へて見ると別に天して變なことでもありません。(16) の關係で規定されてゐる粒子に附隨する場を表はす函數 U は

$(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \kappa^2) U = 0$

の如き形の波動方程式を満足するでせう。但し

$\kappa = \frac{\hbar}{mc}$

です。 U がある力の場を表はしてゐるものとしますと、この場の源となるやうな他の種類の粒子が存在する筈です。その密度が 0 のところでは (16) はそのまま成立ちます。ですから場の源になつてゐる粒子の大きさを考へないことにしますと、その粒子のある點は U の‘特異點’になります。そして特異點を除けば波動の傳はる速度——勿論それは‘群速度’を意味してゐます——は c 以下になつてをります。ところが源になる粒子の大きさを考へることになりますと、粒子の内部では U の満足すべき式は (16) でなく、右邊に粒子密度に比例する項がついてきます。といふことは U を量子化して出て来る‘量子’——源になる粒子と區別するために特に量子と呼ぶ——でおきます——は最早 m といふ正の質量を持つて自由に動いてゐるやうなものではないことを意味してをります。反對に色々な質量を持つた自由量子——を表はす波——の重疊したものと考へられます。そしてその中には一般に虚數の質量を持つた量子も含まれてゐるでせう。粒子の外では勿論そんなものは考へる必要がありません。

甲 粒子の中まで考へるといふこと自身がいけないのではないでせうか。

乙 さうかも知れません。自然界を素粒子の集りと考へることと、自然現象の時間空間的記述をすることとは、互ひに相容れないものであるかも知れません。しかしこ

(23) の問題については最後の節でもつと詳しく論ずることにしませう。さて場の量子力学によれば、 U は場に附随する量子を 1 箇増すか、或は減らす「演算子」を意味してをります。(16)の右邊が 0 といふことは、他の粒子との相互作用を考へない限り、量子の数の増減、即ち發生や消滅が起り得ないことを示してゐます。場の源になる粒子のあるところでは、密度を ρ とすると

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \kappa^2 \right) U = -4\pi\rho \quad (20)$$

の如き形の式が成立するでせう。ここでは粒子の方の状態の變化、即ちある轉移——または粒子對の發生乃至消滅——に伴つて量子の生滅が起り得るわけです。

甲 そんな風にいふと、場に伴ふ「量子」と場の源になる「粒子」の間に何か本質的相違があるやうに聞えます。しかし量子化の手續がいかなる種類の場——場の源になる粒子自身を表はす場をも含んで——に對しても遂行できるといふのが、場の量子力学の強味ではなかつたのでせうか。

乙 有限の自由度を持つた粒子系に對する量子力学をそのまま延長して、自由度の無限に多い場に適用するといふ意味においては、場は確かに「量子化」されてゐます。しかし粒子の場——こゝでは粒子とはスピンの半整数で、Fermi の統計に従ふものに限ることにする——を通常の場と同様な方法で量子化しようとする、「交換関係」の符號を變へておかねばならないことになりま

$$qp - pq = i\hbar \quad (21)$$

の單なる延長とは考へられません。

甲 交換関係の形が違ふといふやうなこと 自體は、それほど本質的なこととは思へませんが。

乙 或はさうかも知れません。しかしそれが次のやうな問題と密接に關聯してゐるのを見逃してはなりません。即ち量子——こゝではスピンの 0 又は整数で、Bose の統計に従ふものを指す——が 1 箇 1 箇生滅し得るのに對して、粒子の方は 1 箇が一對として生滅するか、2 箇の轉移しか起り得ません。ところがたとへば電子に對する Dirac の波動方程式

$$\left\{ \frac{\hbar^2 + c^2}{c} - \alpha \left(p + \frac{c}{c} A \right) - \beta mc \right\} \psi = 0 \quad (22)$$

をそのまま量子化したとしますと、左邊に現はれる ψ は電子——詳しくいへば陰電子——の数を一つ減らす演算子を意味してゐます。しかし今申したやうに、電子の数が一つだけ増減するといふやうな過程は自然界には起つてをりません。故に(22)の如き式自身ではなく、むしろ 2 箇の粒子對の生滅か、或は 1 箇の粒子の轉移に相當する演算子に關する方程式だけが、自然法則として現はれて來るのが當然であると考へられます。

甲 實際問題としてどんな風にやるのですか。

乙 粒子の方の場を表はす ψ 自身は「スピノル」——

一般に奇數階のスピノル——でありまして、それは「テンソル」には還元できないのです。反對にテンソルの方が偶數階のスピノルでありますから、量子力学ではスピノルの方がより基本的な量と考へられて來たのであります。しかし見方をかへると必ずしもさうはいへなくなり

ます。

甲 それはどうしてですか。

乙 スピノルといふ量は、Lorentz 變換——從つて「特殊」相對性理論——と密接に關聯してゐます。ところが素粒子自身の構造を問題に致しますと、一萬有引力の問題とは別の意味で——どうしても「一般」相對性理論の世界に入つて行かねばならぬのではないかと思はれます。さうなりますと、再びスピノル以前に立戻つて、テンソルだけで自然法則を表はすことが必要になつて参ります。それには粒子の波動函數 ψ 自身ではなく、その二次的な組合せとしての「密度行列」

$$\rho_{ik}(x, x') = \psi_k(x') \psi_i(x) \quad (23)$$

の如きものから出發するものが自然であり、また前に述べた物理的な考察ともよく適合してゐるのであります。更にまた §3 で述べた、力學的な立場と統計力學的な立場とのある種の統合といふことも呼應して、新しい場の理論の正しい方向を指示してゐるやうに思ひます。

甲 特殊相對論だけではいけないとなると、場とか粒子とかいふ概念も少し變つて來るのではありませんか。

乙 元來場といふ概念には、今日量子力学で取扱はれてゐるよりもずっと廣い色々な可能性が含まれてゐます。從來考へられてゐたのは、一定の質量とスピンと統計とを持つた粒子に附隨するやうな場であつたのです。

その最も一般的なもの、よく知られてゐる通り、Dirac の一般化された波動方程式を満足する場であります。これは場を量子すれば、古典的な粒子とある對應性を持つた粒子が得られるといふ要請に、暗黙のうちに從つてゐる結果です。場といふ概念自身は本來そんなに狭いものではなかつたのです。たとへば一般相對性理論における「重力の場」の如きは、古典的な粒子と對應せしめることができず、たとへば重力の極く弱く極限において、スピン 2 の粒子に對應せしめ得るだけあります。場が弱くない場合には、場方程式の中の二次の項が利いて來ます。そのために、他の種類の粒子がなくても、自分自身だけで數の増減を行ひ得ることになります。尤もかやうな場合には、現在の方法では量子化を正確に行ふことが困難ですから、はつきりしたことはわかりませんが。

甲 すると場の方が粒子よりもより廣く、從つてより基本的な概念だといはれるのですね。

乙 さうです。その意味において、場の量子力学は粒子系の量子力学の單なる延長であつてはならないと思ひます。

甲 前にもちよつと承はつた Dirac の「多時間理論」などはどうですか。

乙 Heisenberg-Pauli の理論にくらべると、確かに良い方向に一步進んでゐるやうに思ひます。その出發點として幾つかの粒子とそれ等をつなぐ一つの共通な場を考へ、各粒子及び場にそれぞれ一つづつの時間——及び他の必要な座標——を與へることにします。すると各粒子及び場のそれぞれ違つた瞬間における状態の全體が確率振幅の中の變數になります。これに對して、通常の Heisenberg-Pauli の理論では、すべての粒子と場とに共通な唯一の時間しか考へられてゐません。そして §2 でも詳しく説明したやうに、ある瞬間における場——場といふ中には粒子の場も含まれてゐます——の分布を問題にします。これは多時間理論ですべての時間を等しくした特別の場合に相當することが證明されてゐます。

甲 多時間理論の方が從來の理論よりも一般的であるわけですね。さうだとしますと、從來の理論にはない新しい結論が出て來る筈ですね。

乙 實はその方面の研究はあまり進んでゐないので、この數年來私共も急に解決のつきさうもない「方法」の問題よりも、もつと實質的な「中間子」の問題の解決に努力して來たのです。今日までにはつきりわかつてゐることは、Bloch が證明しました通り (I), II, P. の場合で同じ瞬間の場の分布といふ代りに——「同時的」な場の分布といひかへても確率振幅に對する量子力学の解釋がそのまま適用できます。しかし吾々の問題にすべきは、むしろ同時的でない場合、即ち §2 で述べたやうに、時間的な關係と空間的な關係とが入りまじつてゐる場合です。

甲 多時間理論が §2 で主張された方向へ一步踏み出したものであることは一應うなづけます。しかしそこでもやはり (22) の Dirac の波動方程式の如きものが保存されてゐる點でまだまだ不満足ではありませんか。

乙 H.P. の方法では (22) の式が直接量子化されますが、多時間理論では粒子系の方は配位空間——その中には各粒子の時間までも入つてゐます——での表示を取ります。場の方の量子化の仕方は (H.P.) と大體同じです。

甲 すると粒子と場とで取扱ひ方がよほど違ふわけですね。

乙 從來の方法では粒子も場も同じやうに量子力學的體系と見做し、その全體に對する Lagrange 函數から出發し、正規變數、Hamilton 函數等を定義して行きます。そして場方程式は、量子力學的な運動方程式として導き出されますから、それ等の間の無矛盾性は自動的に保證されてゐるわけです。これに對して多時間理論では、確率振幅は多くの条件を同時に満足せねばなりません。即ち確率振幅に對する聯立方程式が出發點となるわけですが、それ等が互ひに兩立し得るかどうかは、初めから保證されてゐません。Bloch が論じたのは、實は聯立

方程式の「兩立性」の條件が満足されるやうな場合だけでありました。

甲 兩立性の條件が満足されない場合にはどうなりますか。

乙 その場合の研究はほとんどできてゐません。しかし次のことは別に計算して見なくてもわかります。即ち「確率振幅」——§2 で述べたやうな閉曲線上の場の分布の實現される先天的確率を表はすものとしての確率振幅——の満足すべき條件が互ひに矛盾するならば、振幅自身が 0 になるほかありません。但し特別の場合には 0 でない特異積分がないとは限りませんが、かやうな場合は考へないことにします。確率振幅が 0 といふことは、それに相當する一聯の出來事起り得ないことを意味してゐます。原因と結果の間にある程度の——それが確率的なものであらうとも、ともかくも——連絡がある限り、ある原因に對して起り得ないやうな結果を結びつけたならば、確率振幅は 0 になる筈です。多時間理論ではこのやうな問題が形式的に自動的に解決されるやうな仕組になつてゐるのです。

甲 それにしても Lagrange 函數を使はないといふことは「變分原理」へ持つて行かないことを意味してゐますね。從來の理論物理学の基本法則は常に變分原理に歸着できたのですが。

乙 Lagrange 函數から出發すれば、自然と Hamilton 函數、即ち場と粒子とから成る體系全體のエネルギーの形が定まつて來ます。ところが從來の理論ではいつでも一つの粒子があれば、その周囲に場ができ、そのエネルギーが無限大になります。ですから無限大の「自己エネルギー」が出て來るのは、Lagrange の方法に從つてゐるといふこと、いひかへれば粒子と場とを同時に並列的に取扱ふことと密接に關係してゐます。多時間理論では、場に對しては粒子が源になり、粒子の運動には場が影響するといふ事實をそのまま基本法則として取上げるだけで、兩者を一緒にした體系のエネルギー等は當面の問題としてはゐないのです。從つて「自己エネルギー」といふやうな問題自身が自然消滅し得るわけです。

乙 素粒子と時空

甲 以上のお話で今後の相對性量子力学の形が飄氣に浮び上つて來たやうに感じます。そこでは種々の概念の使用に從來の量子力学以上の制限が必要になつて來るわけですが、最も根本的な時間や空間の連續性の如きは、やはり存続するのでせうか。

乙 時間・空間の連續性の問題は最もむづかしい、そして恐らく一番最後の問題であらうと思ひます。量子論によつて導入せられた物質と現象の不連續性は、對象の記述に必要な時間・空間そのものの連續性と直接矛盾するものではありませんでした。現に吾々は不完全ながらも、連續的な時間を獨立變數とし、空間座標を連續的な助變數とする「場の量子力学」を持つてをります。勿論そ



これは通常の量子力学に於ける

$$\sum_{x'} (x''/x') (x'/x) = (x''/x) \quad (33)$$

 から容易に交換せられませぬ、

の中には矛盾——しかも内面的な矛盾——が含まれていますが、それが時間・空間の連続性の假定とどう関係してゐるかは容易にわからないのであります。たゞ次のやうなことはいへます。場を力學的體系と見ますと、その自由度は無量大であります。電子の自己エネルギーが無量大になるといふことも、このことと密接に關係してゐます。即ち一箇の電子があれば、電磁場がその影響を受けて、いはゞ一種の「勵起」状態になります。その場合に電磁場の無限の自由度の各々が勵起エネルギーを持つことになり、その總和が無量大になるのです。

甲 しかしそれは電子の大きさを考へないためではありませんか。

乙 二つのことは全く別なではありません。ある大きさを持つた電子を考へるといふことは、それに伴ふ電磁場の形にある制限を置くことを意味してをります。つまり無限の自由度の一部分しか發揮できないやうに拘束するので、これをもつと適切な言葉でいへば次のやうになるでせう。素粒子が無事にこの世に存続してゐるといふ事實そのものが、その間の相互作用を傳へる場に強い制限があることを意味してゐます。それは各點の場を獨立な物理量と見做す自由を許さないのであります。つまり「時空の各點の場」までは行けない。場を正確に表現しようとするれば——たとへば場に伴ふ量子の數を與へようとすれば、——何等かの意味で時間・空間的な點の概念を捨てなければならぬ。反對に時空の點を取り出せば、そこでの場といふやうなことは最早いへないのではないでせうか。

甲 粒子の數と時空の點とが相補的になつてゐるといふわけですね。

乙 「相補性」といふやうな言葉をこの場合に用ゐるかどうか疑問ですが、とにかくこの間の事情を數學的に表現するには、 x, y, z, t の函数としての粒子の數 n の代りに、こゝでもまた密度行列 ρ を持込めばよいやうに思はれます。といふのは ρ は $(xyzt)$ 及び $(x'y'z't')$ といふ二つの時空點に關係してゐます。 ρ を對角線型にしたとすると、對角線要素が各状態にある粒子の數を表はすと考へられます。粒子が Fermi 統計に従ふならば數は 0 または 1 に限る筈ですから

$$\rho^2 = \rho \quad (24)$$

といふ代數的關係が満足されてゐなければなりません。若しも ρ を對角線型にするやうな表現が、同時に $xyzt$ をも對角線型にはしてゐないとすると、各點における粒子の數といふ言葉は無意味になります。場方程式の右邊に現はれる ρ がさうだとすると、左邊にある場自身もそのやうな性質を持つこととなります。

甲 なるほど、いつれにしても、新しい場の理論では波動函数 ψ 自身の代りに、 ρ ばかりを使へばよさうですが、さうしますと場の量子化はどんな風にすればよいのですか。

乙 (24) の式は確かに「量子化」を意味してゐます。しかしこれだけで完全に ρ を量子化したといへるかどうかは疑問です。

甲 ψ 自身はたとへば (22) の如き波動方程式を満足してゐます。これに代るべき ρ に對する法則はどうなるのですか。

乙 (23) に對しても、 ψ と同様に

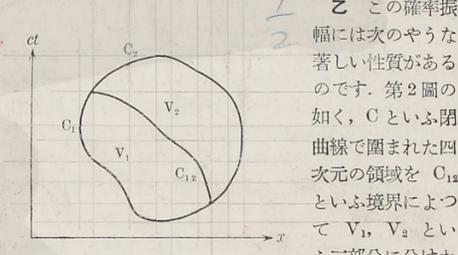
$$\left\{ \frac{W+eV}{c} - \alpha \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - \beta mc \right\} \rho = 0 \quad (25)$$

が成立する筈です。また $\tilde{\psi}_k$ に對する波動方程式に相當して

$$\rho \left\{ \frac{W+eV}{c} - \alpha \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - \beta mc \right\} = 0 \quad (26)$$

が成立するでせう。

甲 話がもとへ戻りますが、密度行列を使ふといふこと——乃至はもつと一般に粒子數と時空點とを同時に對角線型にできないといふこと——と、§2 で述べられた新しい確率振幅——四次元空間内の閉曲面上での場の分布の實現の確率振幅——の導入との間に、何か關係があるのでせうか。



第 2 圖

乙 この確率振幅には次のやうな著しい性質があるので、第 2 圖の如く、C といふ閉曲線で圍まれた四次元の領域を C_{12} といふ境界によつて V_1, V_2 といふ二部分に分けたとします。すると V_1 の境界は $C_1 + C_{12}$ となり、 V_2 の境界は $C_2 + C_{12}$ となるでせう。但し $C_1 + C_2 = C$ です。今 $C_1 + C_{12}$ 上での場の分布に對する確率振幅

$$n(C_1, C_{12})$$

及び $C_2 + C_{12}$ 上での分布の確率振幅

$$n(C_2, C_{12})$$

がわかつてゐたとしますと、C 上での分布の確率振幅は

$$n(C, C) = \int_{C_{12}} n(C_1, C_{12}) n(C_2, C_{12}) \quad (27) \quad (32)$$

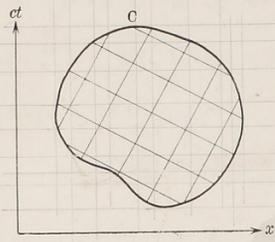
で與へられるでせう。但し $\int_{C_{12}}$ は V_1 と V_2 に共通な境界 C_{12} についての三次元の面積分を意味してゐます。この手續はもつと續けて行けます。即ち V_1, V_2 を更に細かく分けて行き、各部分の境界面上での場の分布に對する確率振幅から、——(27) の如き積の積分を繰返すことにより、——C に對する確率振幅が得られることとなります。ところがこの分割の操作は、どこまでも限りなく行ひ得るわけではありません。どこかで中止しなければなりません。

フェルミ

ニョウ

(32)

326



第 3 圖

甲 それはなぜですか。

乙 第 3 圖のやうに C で囲まれた領域を分割する網目を細かくして行きますと、個々の領域はそれぞれ 1 点に収斂して行きます。ところが各点にある粒子の

数といふことがいへないとなりますと、その境界での場の分布といふこともいへなくなります。この間の事情は古典統計力学から量子統計力学への移行と多分の類似性を持つてゐるやうに見えます。

甲 どういふところが似てゐるのですか。

乙 古典統計力学では、體系——簡単のため大いざや構造を持たぬ粒子を取つて置きます——の運動状態は (p_x, p_y, p_z) 及び (x, y, z) の一組の値で定まります。いひかへれば p, q の空間——いはゆる「位相空間」——の 1 点として與へられます。量子論を考慮しますとしかし、運動状態を 1 点にまで正確に決定することが不可能になります。このことに相當して位相空間を h^3 の體積を持つた小部分に分け、その各部分が粒子の取り得る個々の量子状態を表はすものと考へました。

甲 するとわれわれの場合には、四次元の時空を r_0^4 —— r_0 はある「普遍的な長さ」を表はしてゐます——の體積を持つた小部分に分割し、その境界面上での場の分布の確率振幅を最後のなものと考へればよいわけですか。

乙 どうもさう簡単にも行きません。量子統計力学で位相空間を h^3 の領域に分けるといふ方法は、量子力学のできる以前のきはめて不完全なやり方に過ぎないのです。われわれの場合でも單に時空をある一定の體積の領域に分けるといふやうな素朴な方法よりも、もつと合理的なやり方があると思ひます。第一上の方法は最初から具合が悪いのです。といふのは幅のない曲線上での数 n の分布を問題にするのがそもそもいけないわけです。 n でなしに p を持つて來なければならなかつたのです。そしてそれには始めから曲線に僅かの幅を持たす必要があつたのです。それはしかし非常に巧妙な數學的技術を使はなければ表現ができないでせう。いつれにしてもあまり長くお話をしてゐると、結局同じところをどうどうめぐりするやうなことになるさうですから、この邊で一應打ち切りにしませう。そして今まで述べて來たやうな考へ方の線に沿つての具體的な理論體系の建設に努力したいと思ひます。

文 獻

(4) Bloch: Phys. ZS. Sowj. 5 (1934), 301.

甲、従来の物理学の最後の物理的対象は粒子数である
 考へられてゐるけれど、その點も問題になるわけである。

乙、現代の量子力学に於いては、個々の「素過程」—— $\psi \rightarrow \psi$ ——
 Compton 効果の如き——の起る場所や時刻は一般に指定されて
 ない。唯それを記述する場を素粒子系に於ける座標を
 空間で記述するだけで、今後の理論に於いては、更に進んで
 出来事である——即ち意味のある出来事——を記述して、
 出来事を取り上げ、その起る確率を問題にせねばならぬ
 であらう。物理学の物理的対象とする出来事を分析して行
 けり、單純な出来事に到達するであらう。そしてそれ等の
 中で、互に排他的な出来事、互に相関関係のある出来事等
 が見出されるであらう。通常の量子力学の相関関係は
 出来事の一部、 $\psi \rightarrow \psi$ の確率振幅を考慮せよ、
 この場を知確率、互に排他的な出来事、 $\psi \rightarrow \psi$ の比較、
 詳しくは、(5) を参照してゐる。 (2) に入る。