前略.

武本君の御論文永い事拝借致しまして有難う存じました。
一々数値を当っては見ませんでしたが計算方法は正しいのですから
得られた結果から見まして その必要もありませんでせうと思はれ
ます。出発点の方程式も前に私が数物年会で扱ったもの
と殆んど同じです。
結論と致しまして、—殆んどはじめから自明ですが— トーマス
フェルミ式の統計的計算方法は(少くともスカラー場では)実際の
原子核には当はまらない事になります。
只残る問題は、武本君は実在原子核半径にコンパラブルな
核半径で計算されてをりますが、私の試みた近似解は実は
メゾンのコンプトン波長にくらべて十分に大きな半径に対して成立つと
予想されるやうなものですので 若し興味がおありでしたら武本
君が非常に大きい核半径の仮想的原子核に対する数値計算
を試みられることを希望致します。
尤も私の解といふのも、その存在を頭から、証明なしに仮定してゐる
のですから その点何とも断言する権利はありません。
永い間同君の論文を手許において失礼申上げました。
同君の御参考までに私の試みた方法の大略を同封申上げます。

野上茂吉郎

湯川秀樹様

F16 051

Scalar Charged Mesons Field ノ假定ニヨル
原子核ノ Thomas-Fermi 模型。

原子核トシテハ equal numbers of neutrons and protons カラ成ルモノヲ考ヘ. electric properties ハスベテ省略スル。
meson 場ヲ classical ニ U, U^* デ describe シ. neutron, proton wave-field ヲ ψ, φ デ与ヘル。

$$\begin{cases} \Delta U - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \lambda^2 U = 4\pi g\, \psi^* \varphi \\[2ex] \Delta U^* - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 U^*}{\partial t^2} - \lambda^2 U^* = 4\pi g\, \psi \varphi^* \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\hbar}{i}\dfrac{\partial \psi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2M}\Delta\psi + g U^* \varphi \\[2ex] -\dfrac{\hbar}{i}\dfrac{\partial \varphi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2M}\Delta\varphi + g U \psi \end{cases} \tag{2}$$

今.

$$U = \frac{1}{2}(u + iv) \qquad U^* = \frac{1}{2}(u - iv) \tag{3}$$

トシテ u, v ノ diff. eq. ヲ求メル. Thomas-Fermi ノ假定ノ下デハ

$$\Delta u - \lambda^2 u = -8\pi g \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}}\, \rho(\vec{r}) \tag{4}$$

v ニツイテモ同ジ。且. bound. cond. モ同ジデアルカラ $u = v$ トシテ一方ヲ考ヘレバ十分デアル。

$$\rho(r) = \frac{(2Mg)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2\hbar^3}\left\{\frac{1}{2}\sqrt{u^2+v^2} - \frac{W}{g}\right\}^{\frac{3}{2}} \tag{5}$$

結局、核半径ヲ R トスルト、

$$\begin{cases} \Delta u - \lambda^2 u = -4\pi\sqrt{2}\,\rho(r) & r \leq R \\ \Delta u - \lambda^2 u = 0 & r \geq R \end{cases} \qquad (6)$$

$$\begin{cases} \rho(r) = \dfrac{(2Mg)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2\hbar^3}\left(\dfrac{u}{\sqrt{2}} - \dfrac{W}{g}\right)^{\frac{3}{2}} & r \leq R \\ \rho(r) = 0 & r \geq R \end{cases} \qquad (7)$$

$$\int_0^R \rho(r)\, 4\pi r^2\, dr = \frac{A}{2} \qquad (8)$$

(spherical symmetry ノ仮定)
A: total number of nucleons.

上ノ諸式カラ、A ノミガ与ヘラレタラ R 及 u, ρ ガキマル。
計算ノ都合上次ノ transformation ヲ行フ。

$$s = \frac{r}{R}, \qquad \beta = \lambda R, \qquad \omega = \frac{8\sqrt{2}}{3\pi}\left(\frac{M}{m_\mu}\,\frac{g^2}{\hbar c}\right)^{3/2} \qquad (9)$$

$$\varphi(s) = \frac{1}{\sqrt{2}\,g\lambda}\, s\, u(r)$$

即チ u ノカハリニ φ ニ移リ、r ノ代リニ s ヲ用ヰテ、

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\varphi}{ds^2} - \beta^2\varphi = -\omega\beta^2 s\left\{\dfrac{\varphi(s)}{s} - \varphi(1)\right\}^{\frac{3}{2}} & s \leq 1 \\ \dfrac{d\varphi}{ds} + \beta\varphi = 0 & s = 1 \end{cases} \qquad (10)$$

$$\rho(s) = \frac{\omega\lambda^3}{4\pi}\left\{\frac{\varphi(s)}{s} - \varphi(1)\right\}^{3/2} \quad s \leq 1 \qquad \rho(s) = 0 \quad s \geqq 1 \qquad (11)$$

$$\int_0^1 \left\{\frac{\varphi(s)}{s} - \varphi(1)\right\}^{\frac{3}{2}} s^2\, ds = \frac{A}{2}\cdot\frac{1}{\omega\beta^3} \qquad (12)$$

コレカラ、A ヲ与ヘラレタラ、β, $\varphi(s)$ 従ッテ $\rho(s)$ ヲキメル。

サテ (10)ノ第一式ヨリ.

$\beta \gg 1$

トシテ左辺ノ第一項ヲ省キ得ルト假定スレバ (10)ノ第一式ハ

$$\frac{\varphi}{s} \doteqdot \omega \left\{ \frac{\varphi}{s} - \varphi(1) \right\}^{3/2}$$

∴

$$\frac{\varphi}{s} = \text{const.} \qquad 従ッテ \quad \rho = \text{const.}$$

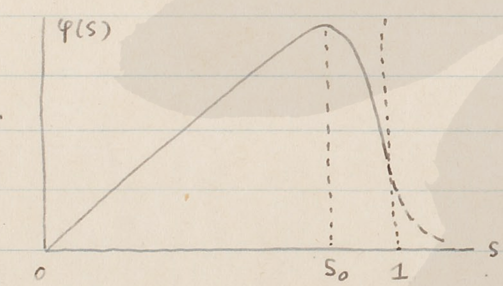
トナッテ来ル。従ッテ十分ニ大キイ原子核デハ nuclear boundary ノ近傍ノミデ $d^2\varphi/ds^2$ ガ相当大キイカモ知レナイガ、内部ニ於テハ

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} \ll \beta^2\varphi$$

コノ假定ト私ノ計算ト逆
原子ノ核内部デ $\frac{d^2\varphi}{ds^2}$ ガ $\gg \beta^2\varphi$

デアルモノト假定シテ、コノ假定ノ下ニ (10) → (12) ノ analytic ナ近似解ノ型ヲ求メヤウ。

ソレニハ假定ニヨリ $\beta \gg 1$ ノ時ニハ $\varphi(s)$ ノ型ハ図ノヤウニナルトスルカラ、



先ヅ (10)ノ右辺ヲソノ或一ツノ値デ近似スル。

ソノ方法トシテハ図ノ max. ニ対スル

$s = s_0$

ヲ用ヒテ (10)ノ右辺ヲ s_0 ノ値デ
ノ第二ノ factor
3/2.

オキカエルコトガ考ヘラレル。

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\varphi}{ds^2} - \beta^2\varphi = -\omega\beta^2 s \left\{ \dfrac{\varphi(s_0)}{s_0} - \varphi(1) \right\} \\ \dfrac{d\varphi}{ds} = 0, \quad s = s_0 \end{cases} \tag{13}$$

コノ近似方法ノ根キョハ、假定ニヨリ β ガ次第ニ大ニツレテ s_0 ハ 1 ニマスマス近ヅキ、従ッテ (13)ハ $\beta \gg 1$ デハ $s \doteqdot 1$ ノ近クデハ割ニヨイ近似ニナルデアラウシ、同時ニ $s \leqq s_0$ デハ φ ハ殆ンド linear ニ近ヅクデアラウカラ (13)デ左辺ノ第一項ヲ省ケバコノ性質モ近似的ニミタサレヤウトイフ論キョニヨルノデアル。

(10)ノ代リニ カヤウニシテ (13)ヲ代用スレバ 後ハ linear eq. デアルカラ
計算ハ simple デ

$\beta \gg 1$
ノ時ハ ~~$\varphi(0)=0$ ヲ ミタストシテ~~ 假定ニヨリ $\varphi(0)=0$ ナル解ハ

$$\varphi(s) = \frac{8}{\omega^2}\left(1+\frac{3}{\beta}\right)\left(s - \frac{1+\beta}{\beta} e^{-\beta} \operatorname{sh} \beta s\right) \qquad 0 \le s \le 1 \qquad (14)$$

$$s_0 = 1 - \frac{1}{\beta} \log \frac{1+\beta}{2} \qquad (15)$$

$$\rho(s) = \frac{(2\lambda)^3}{4\pi\omega^2}\left(1+\frac{6}{\beta}\right)\left(1 - \frac{\operatorname{sh}\beta s}{s \operatorname{sh}\beta}\right)^{3/2} \qquad 0 \le s \le 1 \qquad (16)$$

(12)ニ代入スルト βガキマリ

$$\beta \doteqdot \left(\frac{3\omega^2}{16}\right)^{1/3} A^{1/3} \gg 1 \qquad (17)$$

即チ Aガ非常ニ大キイ假想的ナ核ニツイテ (14)−(16)ヲ考ヘテ
ヰルコトニナル。
(17)ヲ改メルト

$$R \cong 1.45 \times A^{1/3} \cdot 10^{-13}\ \mathrm{cm.} \quad \left(\frac{g^2}{\hbar c} \sim \frac{1}{10},\ \frac{M}{m_U} = \frac{1840}{180},\ \lambda = \frac{10^{13}}{2.20}\right)$$

コレハ exp. val.

$$R = 1.39 \times A^{1/3} \cdot 10^{-13} \quad \text{(Feenberg)}$$

ニ合フ。
因ミニ βトAノ関係ハ

β	3	5	8	10
A	95	422	~1800	~4000

トナル。

density ノ模様ハ(16)式ヨリ次ノヤウニナル。