INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

素粒子論の基本法則に就て

(昭和18年7月17日. 数物年会, 仙台に於ける講演)

湯川秀樹

§1, 今までの法則でどこ迄行けて進んで居れば,
現代の量子力学の形式は
i) 物理的な量は 何か 演算子として 表はす.
ii) 演算される相手は 波動函数 であり, それが体系の状態を規定する.
所で 波動函数 ψ の形は 何によってきまるか.
それは吾々が体系に対して既に持ってゐる知識.
~~又は~~(即ち 体系に対して過去に行った観測の結果)
が其れなのである.
しからば ψ の形をきめることによって何がいひ得るか.
~~吾々がこれから行ふ観測の結果を~~ 吾々はこの
体系に関して起り得る ~~観測の結果を予~~ かを 論じ
得る訳に 何事か ある.
最も簡単な場合として 一個の粒子を相手にする ~~場合~~ なら
ば, ψ は $x y z, t$ の函数であり, その意味は例
へば, 時刻 T に於て 粒子の位置が XYZ であ
ったといふ知識からきまる. 即ち

$$\psi(xyzt/XYZT) \qquad (1)$$

と書ける.
$t > T$ なる場合 $(XYZT)$ は後の $(xyzt)$ に
結果を支配し, ψ はその間の確率的関係を
規定する.
特別の場合として $t = T$ の極限に於て, ψ は

δ函数になる。又 x, y, z の代りに p_x, p_y, p_z に取り、t=T の極限へ行けば

$$\psi_{(xyzt;\,p_x p_y p_z E)} = e^{\frac{i(p_x x + p_y y + p_z z - Wt)}{\hbar}} \qquad (1)$$

なる形になる。但し time factor はなくてもよい。

ところが粒子が相互作用をして居れば T の如何にかかはらず ψ は(2)の形、或はこれに位相因子のかゝったものになる。

この事情は一般の粒子系に対して一般にあてはまる。

これを場の問題に拡張すればどうなるか、それは既に Heisenberg-Pauli によって行はれて居る。

或はこれを場の量子論の要求をより明確に満足せしめる形に書き直すことも出来る。

(例へば Jordan-Pauli, Dirac, 朝永等)

併し場の理論における確率振幅の意味も一般的な ~~意味としては~~ 言ふとしては。既に「場の理論の発展に就て」(「科学の現状」所載)において詳しく論じた通り四次元空間における三次元閉曲面上の場の或分布の実現される確率 ~~として~~ 振幅が考へらるべきであらう。

§2. ~~新しい注釈~~ 素粒子論的確率振幅 Ψの解釈

そこでこの様な確率振幅を

$$\Psi(n_1, n_2, \ldots\ldots) \qquad (3)$$

と書いて置く、~~之は~~ $n_1, n_2, \ldots$ 等は閉曲面C上の ~~空間に於ける~~ 各粒子の 素粒子の数を意味する。

空間的領域 / 閉

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

例へば C を I, II, III, IV の四部分に分ち，ある種の素粒子に就て各部分のどこかにある「数」を観測し，その結果がまれ $n_1\, n_2\, n_3\, n_4$ なる確率を

$$\Psi(n_1\, n_2\, n_3\, n_4)$$

とする。

若しもこの種の粒子が C の中には一個しかなくしかも無くなることも，新たに発生することもない（即ち他の粒子との相互作用をかないとすると）Ψが 0 でないのは

$$\Psi(1,1,0,0) \qquad \Psi(1,0,1,0) \quad \cdots$$

の場合だけ，即ち

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 2 \qquad (\cancel{3})'(4)$$

なる條件が満されてゐる場合に限って Ψも 0.†
但しこれは n, Ψの中で在る所の相対的なものをたいさを定める ~~系統~~ には ~~係数~~ Ψを定める
もつと色々な方法が必要である
（§4 参照）

† 従って n_1, n_2, n_3, n_4 は［正又は負の整数］何れの値をも取る事が出来るとするならば (0) の代りに

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 0 \qquad (\cancel{3})'(4)'$$

が得られる……

従って元へ戻って

$$\psi(n_1, n_2, n_3, n_4)$$

のごとき一般的な函数と、従来の

$$\psi(q/p) = e^{ipq/\hbar}$$

のごとき量との相違は q, p に順序があること、即ち

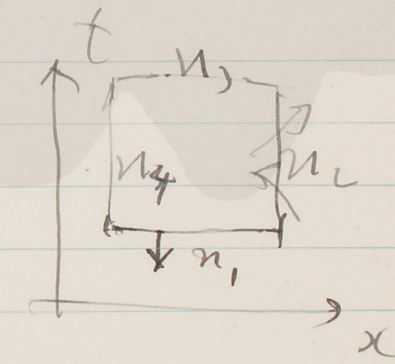
$$\psi(p/q) = e^{-ipq/\hbar}$$

となる：~~一般~~ 一般に順序を変へると複素共軛量になる ことである。$\psi(n_1, n_2, n_3, n_4)$ にも この様な性質を持たすには どうすれば よいか。

それには $n_1, n_2, \ldots$ 等の意味をもっと詳しく考へてみなければならない。例へば n_1 といふのは一応して領域を横切る曲面部分の法線が時間的であつたとすれば — n_1 とは素粒子が ~~1この粒子それある~~ ~~ある時間範囲内に~~

~~ある~~

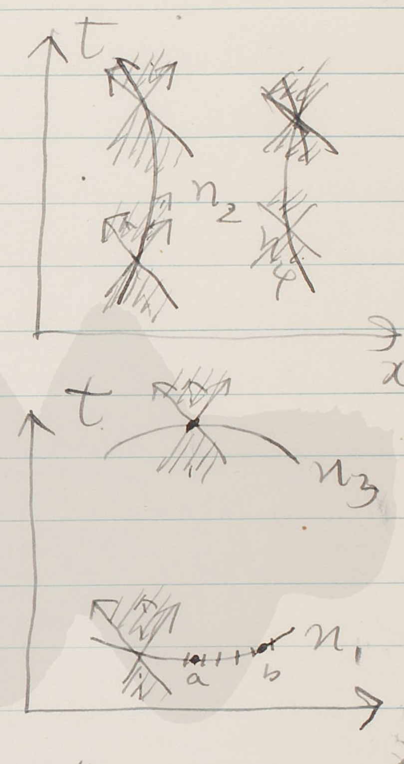
ある空間領域内のそれぞれの点に、それぞれの時刻にある数を表はす。但し閉曲面の内部がこの曲面部分のどちら側にあるかといふことによって符号を表はし得る様にするには次のごとき約束をすると都合がよい。



今外方法線の方向が時間の正の軸の方向と鋭角 — この場合 $\frac{\pi}{4}$ 以下 — をなすなら n_1 は正。（図の n_3 のごとき）鈍角 — この場合 $\frac{3\pi}{4}$ と π の間 — をなすなら n_1 ~~の符号は~~ — の符号をかへて負にして置く。即ち $n_1 \leq 0$, $n_3 \geq 0$ に限られる。n_2, n_4 のごとき場合には, ~~ある~~ 三次元空間から二次元の面 — を或る時間内に通過する素粒子の数を意味する。この場合には、領域の中から外へ

No. 5

粒子が出る場合と、外から入ってくる場合と両方が可能になる。
そこで出て行く場合には、n_2, n_4 を正、入ってくる場合には負と約束する。
つまり外方法線が時間軸と $\frac{\pi}{4}$ 以上 $\frac{3\pi}{4}$ 以下の角をなす場合には、~~入る~~ 出入いづれも可能である



以上は粒子の速さが c を超えないと仮定しての話である。併しこれはこの結果を一般化して
　領域内へ粒子が入る場合は負、
　出る場合には正、
とおくことにする。
もし超光速度を許せば、n_1 ~~n_2~~ の如き領域でも正、n_3 でも負のこともあり得る。併し例えば離れた二点 a, b の途中がすべて 0 で、a で負、b で正といふ様なことはない。a, b の距離が例えば或る ~~一定~~ 一定 r_0 以下になつた場合に初めて、正、負両方が相接して起り得ることになるであらう。これは「素粒子の大いさ」に相当する制限を認め得るのかも知れない。—— ~~曲線~~ 或は曲線の分割が細かくなつて行くと、結局 n といふものが —— 分割の細かさに比例して —— 不確定になつて行き、それに正負両方の出現の可能性~~を生ずる~~。—— 今度は n の不定性を生ずる。

併しこれは一先づ素粒子の大いさが問題になる様な問題は後まはしにして、確率振幅の概念の形式的拡張によって、何らか ~~一つの~~ 統計集合の(概念)を考察することに

に関して如何なる法則性が発見されるか；即ちそれ等

しよう。
之れの問題となるのは、
i) 体系を特徴づける物理量は何々に表現されるか？
ii) 体系に関して之れの知り得ること、即ち観測の出来事は如何なるものか？
iii) ~~体系の~~ それ等の出来事の間の確率的関係を表はす法則は如何なるものであるか？

である。
i) 古典力学から量子力学に移る際には、Hamiltonの表現法~~が採はれた、即ち~~を基準とする形式が採はれた。
即ち古典的な正準変数 q, p を量子力学的な演算子と見直す。Hamilton函数も古典論と同じ形をとることによつて、古典論と同じ性格の——指定すれば古典論的"模型"を持つた——体系が定義される。その様な
勿論例へばスピン等の如き量子力学固有の~~量も新しく導入された、~~ 量の導入も可能であつた。

そこで量子力学から新しい素粒子論へ移る際にも既に持つてゐる物理量、即ち量子化された場の函数を一応そのまゝ使ふことにする。——この段階ではまだ「素粒子の大いさ」は問題になつてゐない。——
ii) 体系に関して之れの知り得ることゝしては、場を無限遠——特に無限遠の素粒子の数——の或る値を測定することである。
iii) 最も根本的なのは「無限遠の素粒子の数の間の確率的関係として表はされる」と云ふ、この関係を決定する完全な法則をもとめることが素粒子論の中心問題となる。(§4参照)

(4〜6)の書き直し。

もう一度以上の(1)や議論を繰返して述べると、 No. 7

(3)の形は(2)と本質的に違つた所をもつてゐる。それは(1)の様に変数を二つの組に分けられないことである。いひかへると

$n_1, n_2 \cdots$

のそれぞれを左側に—そして残りを右側に—集めてよいかわからないことである。その境目はないのである。これは一寸困る。~~のであります~~。

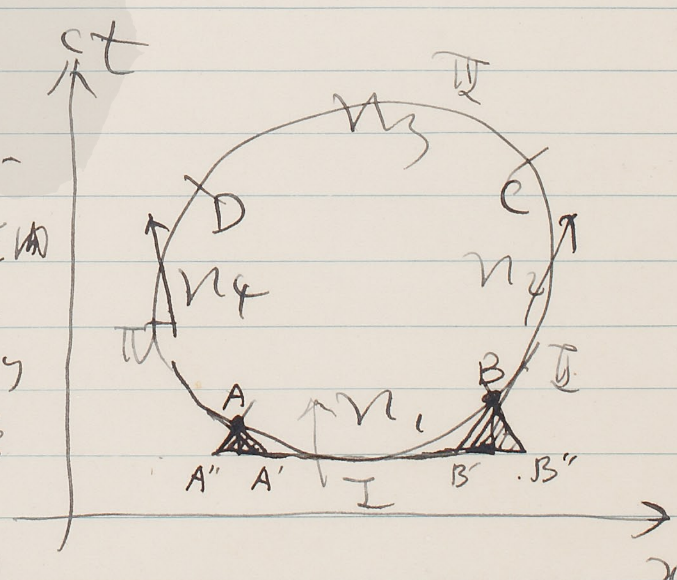
∵(1)は確率振幅を与へる函数である。従つてこれは左側変数の函数であるが、それは右側の変数(XYZT)と左側の変数(xyzt)とを入れかへたものである。即ち

$$\Psi(xyzt/XYZT)=\psi(XYZT/xyzt) \quad (5)$$

これは奇妙なものが生れなければならぬ)

~~(2)~~ そこで Ψ も亦一種の演算子であると考へる。そして $n_1, n_2, \cdots$ 等の変数は正の整数値(及び0)だけでなく、負の整数値をもとり得ると考へてゐる。

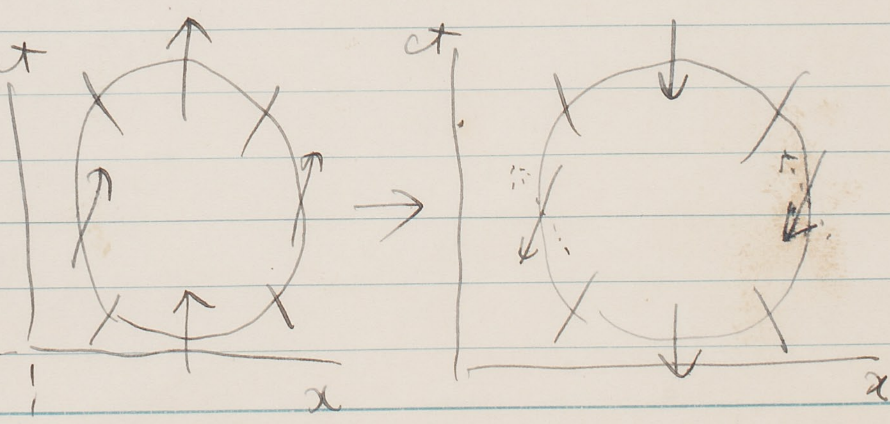
その物理的な意味は次の如くである。即ち



I の部分が空間的であつたとすると、n_1 はこの空間的~~(AB)~~領域(三次元)にある数といへる。(但し時刻を指し示すことは出来ぬ。)強ひて t を一定にするとすると、空間的領域が (A''A')(B'B'') の間

にして下からの問題を考へるのは認めないこととする。

れ丈不確定になる）併しこれに更に説明をつけて置く
る。即ち I の様に時間軸が領域の外から内へ向
つて居れば n_1 の値は常に負だけが許されると考へ
る。~~即ち~~ これに反して III の領域では n_3 の正
の値だけが許される。
所が II（及び IV）の領域では（正時間軸とすると．こゝ）n_2（及び n_4）の
意味は少し違ふ。例へば極端な場合として II が
時間軸に平行とすると、一つの面（二次元）（空間的二次元領域の空的の）を通
つて~~ある~~一定の時間内に出入する量を意味する。出
て行く場合を正、入つて来る場合を負とするならば
n_2, n_4 は正、負、0 いづれの値でも取り得
ることになる。
そこで前の(1)と較べて見ると (n_1 n_2 n_3 n_4)
の中で負の値を取るものは (X Y Z T) に、（原因）
正の値を取るものは (x y z t) に（結果）~~に~~夫々対
応させられる。所が例へば n_2 n_4 等はそれ自
身で正負いづれをも取り得る。これは原因の方
にても結果の方にでも、どちらへでも属し得ること
を示す。
今 (n_1 n_2 n_3 n_4) の~~負~~符號を全部逆にしたと
すると
これは図から明か
な様に、T 及時間
軸を逆にしたこと
に當る。及び空間軸
これには符號は正
の値は負の値の



$$\sum_{p_x x} c_{p_x x} e^{\frac{ip_x x}{\hbar}}$$

$$x \cdot \boxed{p_x \cancel{x} e^{\frac{ip_x x}{\hbar}}} \neq p_x(x)\, x\, e^{\frac{ip_x x}{\hbar}}$$

$f(x)$

$p_x \cdot x \; e^{i}$

$x \quad \sum_x c_x e^{\frac{ip_x x}{\hbar}} \quad \sim e^{i}$

$$f(x) = \sum_p c_p e^{i\frac{p x}{\hbar}}$$

$\sum c \; e^{i}$

$f(p) =$

複素函数であると約束する。
これは前(5)に相当してゐる。
従って、 $\Psi(n_1, n_2, n_3, n_4)$
の変数 n_1, n_2, n_3, n_4 に正負両方の値を許すならば

$$\bar{\Psi}(n_1, n_2, n_3, n_4) = \Psi(-n_1, -n_2, -n_3, -n_4) \quad (6)$$

となる。この中で $n_1 > 0$ 以外（及び $n_2 < 0$）の所は物理的に意味がない様に見えるが、これを除いてしまふことは一般に困難であり、少し人工的な嫌ひがある。
そこで次の様に考へ直して見る。
一つの素粒子には必ずそれに対する反粒子(anti-particle)があり、例へば I なる領域で n_1 が正な~~りては、この~~る領域には、反粒子の数（負なる粒子の数）を表はすと考へる。（もっと詳しくいへば、正反粒子の代数的和）
~~この様に~~ Ψ が複素函数であることは、正反粒子の共役の事実と最も密接な関係を持ってゐるのである。†

---

† この種の関係は既に今までの量子電気力学に現はれてゐた。即ち Maxwell-Dirac の場は正負の電子の入替へに対して不変な形をしてゐることを注意された。(Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik, Kap. IV. §12 の最後、邦訳 239頁)

そしてこのことと過去と未来~~の同等~~の区別に対する物理法則の非対称性と密接な関係をもってゐる。然し素粒子論においては Ψ と $\bar{\Psi}$ とが理論的に又全く対称的になってゐるので t と $-t$ との区別がつかない。

~~§3. 素粒子論における物理量の表現~~.

Ψ の性質が以上の如くであるとすると、物理量を演算子として表はすことが困難になる。何故かといふと例へば

$$\psi(xyzt/XYZT)$$

に於ける演算子は左から掛けること

$$p_x\psi = -i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

の如くである。又

$$\psi(XYZT/xyzt) = \bar{\Psi}(xyzt/XYZT)$$

に対しては

$$\psi p_x = i\hbar\frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial x}$$

の如く右から掛ける。

例へば

$$\Psi(n_1\, n_2\, n_3\, n_4)$$

の場合には n_3 ~~に対~~においては左から n_1 に対しては右からと決められるが、n_2, n_4 はどちらへも持って行けない。

そこでこの場合には演算子は左右どちらから掛けてもよい様にしたい。例へば ψ_1 は n_1 を一つ減らす演算子（即ち陰電子を一つ減すか或は陽電子を一つ増す）ψ_1^+ は n_1 を増す演算子である。

$$\cancel{N_1} = \psi_1^+\psi_1$$

の固有値は 0 又は 1 の整数になるであらう。

(Bose-Einstein 統計ならば[illegible], 又 Fermi-Dirac 統計ならば 体積を非常に小さく区切られて, $\psi_1^+\psi_1$ の固有値は 0 又は 1. 従って体積が大きければ 0, 1, 2, ・・・)

これに対して $\psi_1\psi_1^+$ は Bose-Einstein ならば固有値は 1, 2, ・・・となり. 従って ~~(0, 1, 2 ......)~~

$-\psi_1\psi_1^+$

の固有値は −1, −2, ・・・.

(もつと詳しくいふならば ~~[illegible]~~ 任意の

$$L(U^{(r)}, U_k^{(r)}, U^{*(r)}, U_k^{*(r)})$$

から作ったベクトル

$$S_k = i\sum_r\left(\frac{\partial L}{\partial U_k^{(r)}}U^{(r)} - U^{*(r)}\frac{\partial L}{\partial U_k^{*(r)}}\right)$$

は ~~連~~続方程式

$$\sum_k \frac{\partial S_k}{\partial x_k} = 0$$

を満足する. (Pauli, Solvay Berichte)

今の場合最も簡単なスカラー一個では

$$L = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial\tilde{U}}{\partial t}\frac{\partial U}{\partial t} - \operatorname{grad}\tilde{U}\operatorname{grad}U - \kappa^2\tilde{U}U\right)$$

従って

$$S_k = \frac{i}{4\pi}\left(\overset{-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}}{\tilde{U}\operatorname{grad}U} - \overset{+\ \ \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}}{\tilde{U}\operatorname{grad}U}\right)$$

S_t を ~~有限~~ の空間 体積について積分すれば

$$\bar{\rho} = \sum_k\{N^+(k) - N^-(k)\}$$

の如き形になる. 従って $\bar{\rho}$ の固有値は 0, ±1, ±2 ・・・となる,

スピノル場の成分νには定符号~~数~~として

$$\bar{\rho} = \sum_{\nu=1}^{4} \int \psi_\nu^* \psi_\nu \, d\tau$$

$$= \sum_k (N_{1a}^k + N_{2a}^k - N_{1b}^k - N_{2b}^k + 2)$$

なる形が得られる。又ν ~~$\sum_\nu \int \psi_\nu \psi_\nu^* =$~~

$$\bar{\rho}' = \sum_\nu \int \psi_\nu \psi_\nu^* \, d\tau = \cancel{\sum 4 - \int \psi_\nu^* \psi_\nu \, d\tau}.$$

~~従つて~~ により

$$\bar{\bar{\rho}} = \frac{1}{2}(\bar{\rho} - \bar{\rho}') = \sum_k (N_{1a}^k + N_{2a}^k - N_{1b}^k - N_{2b}^k).$$

が得られる。

(Iwanenko-Sokolow, Sowj. Phys.) 参

この $\bar{\rho}$ は矢張り $0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ の固有値を持つ。

陽電子理論に於いて電荷子の対称化が必要であつたが、この事は Φ に於ける電荷の性質は特に~~無論~~必要となつて来る。（即ち この様の量は左から掛けても右から掛けても同じである。

$$\therefore \Phi(n_1 n_2 n_3 n_4)\bar{\rho}$$

$$= -\bar{\rho} \cdot \tilde{\Phi}(-n_1, -n_2, n_3, -n_4) \quad ?)$$

従つて一般には

$$AB - \cancel{\tilde{A}\tilde{B}}\tilde{B}\tilde{A} \text{ 又は } AB + \cancel{\tilde{A}\tilde{B}} + \tilde{B}\tilde{A}$$

の如き形に対称化して置く必要がある。

量子的積は意味がない。

N_a

N_b

No. 9 ~~X~~ 10

§4. 量子論に於ける物理法則の形

上記の如く 物理的量を Ψに対する演算子と見ると、従来の立場から見て互いに交換可能でない二つの量が一應見可換になつて現はれる、~~例へ~~
例へば n_1 と n_3 とは共に Ψを

$$n_1\Psi(n_1\,n_2\,n_3\,n_4)$$

及び

$$n_3\Psi(n_1\,n_2\,n_3\,n_4)$$

に変ずる演算子と見るので、$n_1 n_3$ と $n_3 n_1$ とが同じになるからである。

但し Ψに対しては強いて何にも演算子することは一般に不可能である。

何故かといへば、$n_1 n_2 n_4$ の値を与へることによつて n_3の函数としての Ψの形は定まつて居ない、といふよりも もつと一般に Ψは $n_1\,n_2\,n_3\,n_4$ の函数として定まつた形を持つてゐるのである。つまり今までの種々の初期条件に対応する――Ψを1つ――まとめにした様なものである。従つて例へば $n_1\Psi$ を作れば、それは最早 各々の問題に適合する Ψではないのである。

これは丁度 $e^{i(p_x x+p_y y+p_z z-Wt)/\hbar} = \psi(xyzt/p_x p_y p_z W)$

に於いて $(xyzt)$ と $(p_x p_y p_z W)$ とを独立の変数と見る様なものである。すると

ψp_x ~~$p_x\psi$~~ と $-i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x}$

とが同じものになる。併しそれして

~~p_x~~ $x\psi p_x$ と $x\psi\left(-i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$

とは同じであるが $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}(x\psi)$ とは異る。

$(q'|\alpha|Q'')$

$\alpha(q', Q'')\Psi =$

$(q'|\alpha|Q'')$

$\alpha(q', Q'') = \Psi(q', Q'')$

~~これは明かに一般に P.R.f とは異なる。~~

~~上記の如き自然法を一つ採用することによって空間々隔等も出て来るであらう。~~

この問題を云へばつまりさう云ふ一般に

~~次に量子力学的運動方程式に対する並行的な的法則を見出すには如何にすればよいか~~

それには Ψ が通常の量子力学或は古典力学的の理論における如何なる量に対応してゐるかを推定する必要がある。これに関しては既に Dirac の変換理論的考察がある

今粒子系の座標を q で表はしたとすると、(但し時刻は t) 任意の力学的量 α は、それぞれ

$$(q'_t|\alpha|q''_t)$$

なる行列で表はされる。今 T なる時刻における座標を q と Q と書くと

$$(q'|\alpha|Q'') = \int (q'|\alpha|q'')(q''|Q'')dq''$$

なる「混合行列」を導入すれば

$$(q'|q|Q'') = q'(q'|Q'')$$
$$(q'|p|Q'') = i\hbar \frac{\partial}{\partial q'}(q'|Q'')$$

~~+ $(n_1 n_2 n_3 n_4)$ が分離出来ない場合には一般に~~

~~$$f(n_1, n_2 n_3 n_4) = \sum c(n_1 n_2 n_3 n_4;\ n_1' n_2' n_3' n_4')\Psi(n_1' n_2' n_3' n_4')$$~~

~~なる展開を行へばよい。分離出来る場合には此の~~ が double series の形になる。

$$\Psi(n_1\, n_2\, n_3\, n_4)$$

$$P_1\,\Psi(n_1\, n_2\, n_3\, n_4) = \sum_{n_1'} p(n_1, n_1')\,\Psi(n_1'\, n_2\, n_3\, n_4)$$

或は又

$$(q'|\alpha|Q'') = \int (q'/Q')dQ'(Q'|\alpha|Q'')$$

とも書ける。

$$(\because\ (q'|\alpha|Q'') = \iiint (q'/Q')dQ'(Q'|\alpha|Q''')dQ'''(Q'''/q'') \cdot dq''(q''/Q'')$$
$$= \int (q'/Q')dQ'(Q'|\alpha|Q''))$$

従って

$$\left.\begin{aligned}(q'|Q|Q'') &= (q'/Q'')Q'' \\ (q'|P|Q'') &= -i\hbar\frac{\partial}{\partial Q''}(q'/Q'')\end{aligned}\right\}$$

従って、

$$f(q)F(Q)$$

の如き函数は

$$(q'|f(q)F(Q)|Q'') = \int (q'|f(q)|Q''')dQ'''(Q'''|F(Q)|Q'')$$
$$= f(q')\cdot(q'/Q'')\cdot F(Q'')$$

となる。
但し

$$(q'|F(Q)f(q)|Q'')$$
$$= \iint (q'/Q')dQ'(Q'|F(Q)|Q''')dQ'''(Q'''|f(q)|Q'')$$
$$= \int (q'/Q''')F(Q''')dQ'''(Q'''/q''')dq'''(q'''|f(q)|Q'')$$
$$= (q'/Q''')F(Q''')dQ'''(Q'''/q''')dq'''f(q''')(q'''/Q''))$$

即ち $f(q)F(Q)$ の如き積の順序に於ける様な函数は一義的に表はされないことになる。

No. 9

~~右から掛けることになる。物理量はHermite的演算子と考へられる故、右からの掛け算ことを左からの掛算に換へる為には~~

~~$\Psi_m a_{mn} = \bar{a}_{nm} \Psi_m$~~

~~即ち、行と列を換へて $i \to -i$ とすればよい。~~

所で新しい量子論では原因と結果の分離は一般に不可能だとする。すると $\Psi(n_1, n_2 \cdots)$ に対して左から掛けることと右から掛けることとを区別しないことになる。そこで掛算を次の如く定義する。

定義(a) $\Psi(n_1, n_2 \cdots)$ に N_i なる量を掛けるとは

$$N_i\Psi = n_i \Psi(n_1, n_2 \cdots)$$

を意味する。従つて一般に

$$N_iN_j\Psi = N_jN_i\Psi$$

即ち掛算の順序は換へ得る！ これを

$$\Psi N_iN_j = \Psi N_jN_i$$

等と書いても差支ない。

従来の演算子の掛算によれば、N_i の如きは互に交換可能なものと限つてゐるのである。今日の場合には Ψ を g.w.f. としても $n_i\Psi$ は定義されてはないから N_j をかけて更に N_i をかけるといふことには直接の意味はない。唯 n_in_j を一緒にかける様な演算子を N_iN_j 又は N_jN_i と書くだけである。或はこれを $\frac{1}{4}\{(N_i+N_j)^2-(N_i-N_j)^2\}$ と見てもよい

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

すべて一般な演算子、例へば n_i の数を増減する操作を表す演算子に對しても同様なことがいはれる。例へば $n_i \to n_i+1$ にかへる様な演算子を Δ_i とすると

$$\Delta_i \psi(n_1 n_2 \cdots n_i \cdots) = \psi(n_1 n_2 \cdots n_i+1 \cdots)$$

從って $N_i \Delta_i \psi = \cancel{n_i \psi(n_1 n_2 \cdots n_i+1 \cdots)}$

又は $\Delta_i N_i$ の如きものの意味は ~~[illegible]~~ 明らかでない

(∵ $\frac{1}{2}\{(N_i+\Delta_i)^2-(N_i-\Delta_i)^2\}$

として定義すると、

$$(N_i+\Delta_i)\psi = n_i\psi + \psi(\cdots n_i+1 \cdots)$$

なれど $(N_i+\Delta_i)^2$ は演算子ではない。)

但しこの場合 ~~は結果の如~~ 結果、$N_i\Delta_i$ ~~[illegible]~~ と $\Delta_i N_i$ とを ~~区別して~~ いづれも

$$N_i\Delta_i\psi = (n_i+1)\psi(\cdots n_i+1, \cdots)$$
$$= \Delta_i N_i \psi = (n_i+1)\psi(\cdots n_i+1 \cdots)$$

としてよいであらう。

b) 次に掛算に對する結合の法則の如きは意味がない。例へば $N_iN_jN_k$ の如きは唯一つの演算を行ふ演算子と考へるべきで $N_i(N_jN_k)$ 又は $(N_iN_j)N_k$ と二つに分けることは出来ぬ。†

~~c) ここで最も重要な問題となるのは [illegible] 確率の ではψは (q_t/q_T) の如き形をしてゐて~~

~~$(q_T/q_t) = (q_t/q_T)$~~ (?)

† この點に於て Jordan 等の γ-数と異なる。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 11

であつたことである。しからば
$\psi(n_1, n_2 \cdots n_i \cdots n_j \cdots)$ (iii)
において、例へば n_i が結果の方に、n_j が原因と結果の少くとも [illegible] 可能な [illegible] 原因に関する論点 ψ が〈確率〉確率~~あるとする~~函数とすると、これと確率振幅は函数 $\bar{\psi}$ は何等かの意味で原因と結果——~~少くとも~~相互の順序——を入れ換へた論点に当つてゐる〈もつと一般には〉点である。但し(ii)の論点と違つて、(iii)では $n_1, n_2 \cdots$ 等の順番をはつきりつけることは困難である。
そこで今述べた様に $n_1, n_2 \cdots$ 全体に対して [illegible] を持つた量と考へる。そして例へば n_i が正ならば、それはいはば結果を表はし、負ならば ~~[illegible]~~ 原因に相当するものと考へてみる。そして
$\psi(n_1, n_2 \cdots n_r \cdots n_s \cdots)$
の中の凡ての n's の符号を逆にすると、確率振幅は ~~函数~~ が得られるものと ~~考へる。但し~~ いふ。要請を〈但し〉置く。
ψ がこの要請に従ふためには、n_r が
$\exp\{i n_r A_r \cdots\}$
の如き形で、——もつと一般には ~~と $\psi = f(i n_i$~~
$\psi = f(i n_1, i n_2, \cdots)$
なる形で——含まれてゐればよい。

そこで ψ が $i n_r$ の如何なる函数であるかを決定する材料として、現在の場の量子力学の定式を調べてみる。
例へば量子電気力学においては、Heisenberg-Pauli

(

$$f(p,x) = \sum c(px;p'x')\, e^{ip'x'/\hbar}$$

$$\cancel{e^{ipx/\hbar}} = \sum_{p} \delta_{pp'}\, c(p)\, e^{ip'x/\hbar}$$

$$p\, e^{ipx/\hbar} = \sum p\, \delta_{pp'}\, \delta_{xx'}\, e^{ip'x'/\hbar}$$

~~これと同様に n は~~ Ψの中の ~~n_3 の如き~~ 諸變數

これから類推して次のごとくいひ得る.

$$\Psi(n_1 n_2 n_3 n_4)$$

の中の變數をかりに $n_1 n_2 n_4$ と n_3 とに分離しておいたとすれば. ~~其他~~ n_3 に關する任意函數は

$$f(n_3) = \sum_{n_1 n_2 n_4} c(n_1 n_2 n_4)\, \Psi(n_1 n_2 n_3 n_4)$$

の形に展開される. 從つて Ψにある演算子 P_3 をかければ f のほか — P_3 が n_3 に關するものとすると —

$$P_3 f(n_3) = \sum_{n_1 n_2 n_4} c(n_1 n_2 n_4)\, P_3 \Psi(n_1 n_2 n_3 n_4)$$

更に一般に $n_1 n_2 n_3 n_4$ の任意函數は f は

$$f(n_1 n_2 n_3 n_4) = \sum_{n_1' n_2' n_4'} c_3(n_1 n_2 n_4; n_1' n_2' n_4')\, \Psi(n_1' n_2' n_3 n_4')$$

の如く展開されるから

$$P_3 f = \sum c_3(n_1 n_2 n_4; n_1' n_2' n_4')\, P_3 \Psi(n_1' n_2' n_3 n_4')$$

と書ける.

同様にして f は n_1 に關する演算子 P_1 を作用せしめる場合には

$$f = \sum c_1(n_2 n_3 n_4; n_2' n_3' n_4')\, \Psi(n_1 n_2' n_3' n_4')$$

$$P_1 f = \sum c_1(\ ,\ )\, P_1 \Psi$$

從つて

$$P_1 \Psi(n_1 n_2' n_3' n_4') = d_3(n_1 n_2' n_4'; n_1'' n_2'' n_4'') \times \Psi(n_1'' n_2'' n_3' n_4'')$$

ただし

$$P_3 P_1 f = \sum c_3(n_1 n_2 n_4; n_1' n_2' n_4')\, d_3(n_1 n_2' n_4'; n_1'' n_2'' n_4'')\, P_3 \Psi(n_1'' n_2'' n_3 n_4'')$$

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 14

先程の論文は ~~以上のを一般化してゐることになつて~~
~~ゐる。即ち~~ ~~(q'/q)~~ の如き変換函数の代
りに $\Phi(n_1 n_2 n_3 n_4)$ が導入されてゐる。
これは明かに $P_1 P_3 f$ とは異る。

以上は $(n_1 n_2 n_3 n_4)$ が分離可能な場合で
あつた。もつと一般に分離の出来ない場合には

$$f(n_1 n_2 n_3 n_4) = \sum C(n_1 n_2 n_3 n_4; n_1' n_2' n_3' n_4') \times \Phi(n_1' n_2' n_3' n_4')$$

なる展開を行へばよい。
併し分離出来る場合には例へば $n_1 n_2; n_3 n_4$ と
分けると

$$f(n_1 n_2; n_3 n_4) = \sum_{n_3' n_4'} C(n_1 n_2; n_3 n_4; n_1 n_2, n_3' n_4') \Phi(n_1 n_2, n_3' n_4')$$

或は簡単に

$$= \sum_{n_3' n_4'} C(n_3 n_4, n_3' n_4') \Phi(n_1, n_2, n_3' n_4')$$

又は

$$= \sum_{n_3' n_4'} \{ C(n_3 n_4; n_3' n_4') \sum_{n_1' n_2'} d(n_1 n_2; n_1' n_2') \times \Phi(n_1' n_2'; n_3' n_4') \}$$

なる形に書ける。即ち展開の係数は

$$C(n_1 n_2 n_3 n_4; n_1' n_2' n_3' n_4') = C(n_3 n_4; n_3' n_4') d(n_1 n_2; n_1' n_2')$$

の如き積の形になる。
所がこの論文は ~~よく用いてゐるを~~ 書き

$$d(n_1 n_2; n_1' n_2') = \delta(n_1 n_2; n_1' n_2')$$

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 15

故に

$$C(n_1,n_2,n_3,n_4;\, n_1',n_2',n_3',n_4')$$
$$= \sum c(n_3 n_4;\, n_3' n_4')\, \delta(n_1 n_2;\, n_1' n_2')$$

即ち展開の順序を逆にすると

$$d(\quad\quad)$$
$$= \sum_{n_3' n_4'} \delta(n_3 n_4;\, n_3' n_4')\, d(n_1 n_2;\, n_1' n_2')$$

$$f(n_1 n_2;\, n_3 n_4) = \sum d(n_1, n_2;\, n_1' n_2')\, \delta(n_3 n_4;\, n_3' n_4')\, \Phi(n_1' n_2' n_3' n_4')$$

これは同じ函数 f を $n_3 n_4$ の固有函数に展開したもので、~~$n_3\, n_4$ に関して~~ 初めのは n_1, n_2 の函数として展開したことになってゐる。

即ち展開は一義的でない。

然らば $(n_1\, n_2\, n_3\, n_4)$ が分離出来ない場合は如何

どれかひとつ、例へば一つの変数を変数と見て、他をその函数と見なして展開する。例へば n_3 を変数と見て他の $n_1\, n_2\, n_4$ はすべて parameter と見る。

以上の如くにして素粒子間に於ける物理量をある演算子と云ふことが出来，しかもそれは交換不可能な「結合可能」な量である。
この点に関しては更に交換可能，非結合不可能な Jordan-Neumann のγ数の如きものを考へる必要ありといふものは打ちたてられなければならない（註）

（註）前の考へ方では
a) Ψ が N_i を有するとは

$$N_i\Psi = n_i\Psi.$$

従つて一般に

$$N_iN_j\Psi = N_jN_i\Psi$$

しかしこの意味は N_iN_j 又は N_jN_i を一者とみなすことを意味し

$$\frac{1}{4}\{(N_i+N_j)^2-(N_i-N_j)^2\}$$

の如きものと考へ（演算子の）必要がある。かかる積は意味がない。尚この点 Jordan のγ数とも特に異なる。従つては $N_i\{N_jN_k\}$ は唯一つの演算である。

そこで次の問題は全て素粒子の物理的性質の形を定める事である。
これに関しても古典論から量子論への移行をふりかへつて見る必要がある

§4. 素粒子間に於ける物理的性質の形

~~解~~説 PPS

Diracによると、 (q_t/q_T) に対する classical analogue は

$$A(t,T) \equiv \exp\left[i\int_T^t L\,dt/\hbar\right] \qquad (\dagger\dagger)$$

である。ħ零とすれば、

$$\cancel{A(tT) = A(t\,t_m)}$$

$$\int_{t_m}^t L\,dt + \int_{t_{m-1}}^{t_m} L\,dt + \cdots + \int_T^{t_1} L\,dt = \int_T^t L\,dt$$

であるから

$$A(t,T) = A(t,t_m)\,A(t_m,t_{m-1}), \cdots A(t_1,T) \qquad (\dagger)$$

これに対して量子力学では

$$(q_t/q_T) = \int (q_t/q_m)\,dq_m\,(q_m/q_{m-1}) \cdots dq_1\,(q_1/T) \qquad (*)$$

となる。今

$$(q_t/q_T) = e^{iF/\hbar}$$

の如き形に書くと、(*)の $dq_1 \cdots dq_m$ について の積分に於いて、一番効いて来るのは、$q_1 \cdots q_m$ を変へても F が余り変らぬ所である。即ち、

$$\int_T^t L\,dt = \text{stationary}$$

な所の附近である。従って 古典論の極限として古典力学の(†)へ移る。

従って、(†)が実際の運動に~~ならねば~~ならなければ (††)の右辺の L函数の中に入ってくる $q_m \cdots t$ が Lagrange の運動方程式 即ち $\delta\int L\,dt = 0$ を満足して居なければならない。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

これに対して(q_t/q_T)が実際の状態を表してある為めには

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(q_t/q_T) = H\left(q_t, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q_t}\right)(q_t/q_T)$$

を満足しておらねばならない。
所で

$$\overline{(q_t/q_T)} = (q_T/q_t)$$

であるから

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial T}\overline{(q_T/q_t)}$$
$$= H\left(q_T, i\hbar\frac{\partial}{\partial q_T}\right)\overline{(q_T/q_t)}$$

即ち

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial T}(q_t/q_T) = H\left(q_T, i\hbar\frac{\partial}{\partial q_T}\right)(q_T/q_t)$$

或は

$$W_t = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$
$$p_t = -i\hbar\frac{\partial}{\partial q_t}$$

と置くと

$$(W_t - H_{(q_t,p_t)})(q_t/q_T) = 0$$
$$(q_t/q_T)(W_T - H(q_T, p_T)) = 0$$

とも書ける。
此の様にして、過去の意味するところは確率振幅(q_t/q_T)に~~なる~~ ~~操作~~ 演算子を作用させるのに、左方からの操作と右方からの操作の両方が可能である。今 $t > T$ とすると、t 即ち結果に関係するのはなく、T 即ち原因に関するのは

れから出げることになる。
物理的な量は Hermite 演算子と考へられる
ね、~~從~~ $\bar{\Psi}$ からの推論を入れなければ

$$\bar{\Psi}_m a_{mn} = \bar{a}_{nm} \Psi_m$$

即ち 行と列とを変へて $i \to -i$ とすればよい。
これと関係して、量子力学的 Ψ は一般に

$$(q_{t'}/q_t) = \overline{(q_t/q_{t'})}$$

なる性質をもってゐる。
これに対応して 多粒子の場合 Ψ に於て $n_1 n_2$ ... はすべて ~~粒子~~ 正負両方の値をとり得るとし、

$$\Psi(n_1 n_2 \cdots)$$

の中のすべての $n_1 n_2$ ... の符号を変へる —即ち時間的を逆にするならば— 複素共役な値が得られるといふ一つの要請を置く。言換へれば
Ψ がこの要請を満すためには n_r が

$$\exp\{i \sum n_r A_r t \cdots\}$$

で表されるか ~~の如き形、或はもっと一般に~~

$$\Psi = 実函数(in_1, in_2, \cdots)$$

の如き形であればよい。

そこで Ψ が in_r の如何なる函数であるかを推定する材料として、現在の場の量子力学の公式を調べてみる。
例へば 電磁場が存在しない Heisenberg-Pauli

の表現法によれば(3) 物質と電磁場よりなる体系の Hamilton 函数 H のある固有値 E に属する状態において、~~粒子の数が~~ $E_1, E_2 \cdots$ なるエネルギーの粒子の数がそれぞれ $N_1, N_2 \cdots$ であり、$h\nu_1, h\nu_2, \cdots$ なる光子の数がそれぞれ $M_1, M_2 \cdots$ なる確率振幅は

$$\left(-E+\sum_s N_s E_s+\sum_r M_{r\lambda} h\nu_{r\lambda}\right)\varphi(N_1 N_2 \cdots ; M_1 M_2 \cdots)$$

$$= e\sqrt{\frac{h}{4\pi}}\sum_{s,t,r,\lambda}{}' N_s^{1/2}(N_t+1)^{1/2}\Big[M_{r\lambda}^{1/2}(d_{st}^{r\lambda}-ic_{st}^{r\lambda})\varphi(N_1, \cdots N_s-1 \cdots N_t+1 \cdots ; M_1 \cdots M_{r\lambda}-1 \cdots)+\cdots\Big]$$

$$+ \cdots$$

の如き形で表はされる(4)。
今 E と交換可能な量の完全系を $\alpha_1, \alpha_2 \cdots$ とすると、上の確率振幅をはっきりかけば、

$$\varphi(N_1^{(t)} N_2^{(t)} \cdots ; M_1^{(t)} M_2^{(t)} \cdots ; \alpha_1, \alpha_2 \cdots)$$

となる。但し t は時刻 $N_1 N_2 \cdots M_1 M_2 \cdots$ の値を測定して得るものとする。
~~時間的~~ $N_1 N_2$ 等の物理量の時間的変化は

$$i\hbar\frac{\partial F}{\partial t} = FH - HF$$

で与へられる。或は

$$W = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad L = W - H$$

と書くと、

$$LF - FL = 0$$
$$FLF^{-1} = L. \quad \text{if } F^{-1} \text{ exists.}$$

~~或は~~ となる。

(3) Heisenberg u. Pauli, ZS. f. Phys. 56 (I), 59 (II)
(4) (I), (102) 式.

~~素粒子論の思弁的方法に就いて（続き）~~

しからば 素粒子論に於て これに対応する関係は何か。前に述べて来った如く、素粒子論の思弁的方法とは結局 $\Psi(n_1, n_2 \cdots)$ の如きもの、形を~~…~~規定するものに他ならぬ。~~換言すれば、四次元空間内の三次元の閉曲面に沿っての~~ それは種々の場所の n の違った値に対する Ψ の間の~~関係を与える~~方程式の形を取るであらう。

$$\Psi(n_1 n_2 \cdots n_r \cdots n_s \cdots)$$

例へば

$$\sum_{rs} a_{rs} \Psi(n_1, n_2 \cdots n_r+1 \cdots n_s-1 \cdots) = 0$$

の如き形であらう。

今 n_r を一つ増す演算子を $e^{-i\Theta_r}$ 減ずるを $e^{i\Theta_r}$ とすれば

$$\sum_{rs} a_{rs} e^{-i\Theta_r} e^{i\Theta_s} \Psi(n_1 n_2 \cdots) = 0.$$

~~三~~閉曲面の區分を細かくした極限に於ては — Nahewirkung dS の影響を考慮することによって —

$$\int \psi^{+} \psi \frac{\partial\psi}{\partial x} dS \cdot \Psi = 0$$

? の如き形をとるであらう。これは恐らく

$$L\Psi = \int L\, dS\, \Psi = 0$$

と書けるのではないか。

以下に於ては例として 電磁場の理論を取って見る。

Maxwellの方程式

$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mathrm{curl}\,\mathbf{E} = 0$ $\qquad -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathrm{curl}\,\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{I} = \frac{4\pi}{c}\rho \mathbf{v}$

$\mathrm{div}\,\mathbf{H} = 0$ $\qquad \mathrm{div}\,\mathbf{E} = 4\pi\rho$

$$\frac{\partial f_{kl}}{\partial x_l} = \frac{4\pi}{c} i_k$$

$f_{12} = H_z \qquad f_{31} = H_y \qquad f_{23} = H_x$

$f_{41} = iE_x \qquad f_{42} = iE_y \qquad f_{43} = iE_z$

$x_1 = x \qquad x_2 = y \qquad x_3 = z \qquad x_4 = ict$

$i_1 = \rho v_x \qquad i_2 = \rho v_y \qquad i_3 = \rho v_z \qquad i_4 = ic\rho$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial f_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial f_{31}}{\partial x_2} + \frac{\partial f_{12}}{\partial x_3} = 0 \\ \frac{\partial f_{43}}{\partial x_2} + \frac{\partial f_{24}}{\partial x_3} + \frac{\partial f_{32}}{\partial x_4} = 0 \end{array}\right\}$$

$$t_{ikl} = \frac{\partial f_{ik}}{\partial x_l}, \qquad t_{ikl} + t_{kli} + t_{lik} = 0$$

従って空間中で 四次元の空間内の 三次元の任意の閉曲面を考へると

$$\int f_{ik}\, dS_k = 0 \qquad (十)$$

である。

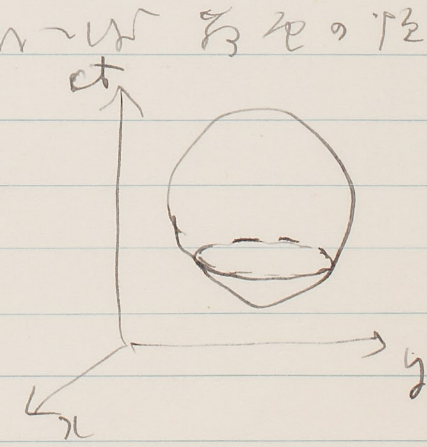
◎ これに対して電気の連続の式 總べての電荷の保存の式

$$\frac{\partial i_k}{\partial x_k} = 0$$

からは

$$\int i_k\, dS_k = 0 \quad (*)$$

が出て来る。



これは第一に 微分の形の式の積分が 0 となるのを もっと精密にしたものである。

即ち $i_k dS_k$ は場合により + スカラーの値をとる。

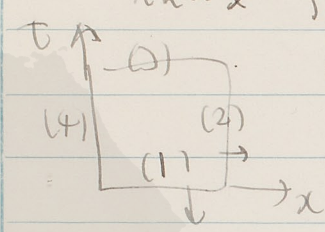
INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. ~~17~~ 23

故にこれを量子化されたものと考へれば、~~数~~ 0 又は正負の整数である. 即ち、(*)式は

$$\int i_n \, dS = 0$$

$$i_n dS = \rho \, dv + \rho v_x \, dy\, dz\, dt + \rho v_y \, dz\, dx\, dt + \rho v_z \, dx\, dy\, dt$$



(1) ; $i_n dS = -\rho \, dv$

(ρ は time comp. 従って 法線の方向を $-t$ 軸の方向にとれば ⊖ i.e. $i_n dS < 0$.)

(2) ; $i_n dS = +\rho v_x \, dy\, dz\, dt$.

(3) $i_n dS = \rho \, dv$

(4) $i_n dS = -\rho v_x \, dy\, dz\, dt$.

所で例へば (1) は dv なる領域内の電荷であるから 素量 $-e$ を単位として — 負の整数 となる.
(2) は dt なる間に dydz なる面積を横切る電荷であるから 従って 正又は負の整数 となる. ……
従って (*) 式は
~~○之へ依って (+) の式~~

$$(n_1 + n_2 + \cdots)\Psi = 0$$

即ち 整数 (又は電荷の総和) が 0 である所以外では Ψ は常に 0 でなければならないといふ事を意味してゐる.

これに対して (+) 式に現はれる

$$\int i_n \, dS$$

は dS の上の電子の数を一つ減すか増すかの演算子を含んでゐる. 従って (+) は
~~$(\Psi(n_1, n_2 \cdots n_r \cdots)$~~
と $\Psi(n_1, n_2 \cdots n_r+1 \cdots)$, $\Psi(n_1, n_2 \cdots n_r-1 \cdots)$
等 $(r=1,2,\cdots)$ 等を結びつける式である.

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 18 24

次にスカラー場の場合を考へてみる.

$-\frac{i}{\hbar}$ $\quad \frac{W}{c}U_0 - pU - mc\psi = 0$ $\qquad i\psi = \chi$

$mcU = p\psi$

$mc^2 U_0 = W\psi$

$W = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad p = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \ldots, \ldots$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{c}\frac{\partial U_0}{\partial t} + \overset{\mathrm{div}}{\cancel{\mathrm{grad}}}\,U + \frac{mc}{\hbar}\chi = 0 \\ \mathrm{grad}\,\chi + \varkappa U = 0 \\ \frac{1}{c}\frac{\partial \chi}{\partial t} - \varkappa U_0 = 0 \end{array}\right\}$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \varkappa\chi = 0.$$

然し湧き出しある場合には そのまゝでは 三次元の面積分にはならない.

$$\int U_k dS_k = -\varkappa\iiint\chi\, d\tau$$

結局の所が source の強さである.

三次元空間を考へることによつて、この問題の一つの解法が得られるかも知れぬ

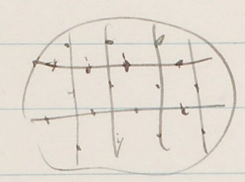
(Watanabe, Sc. Pap.

併し、我々の経験からすれば、陽電子の問題を考慮すると、真空中の電磁場といへども source の所があることになる。これは $\Psi(n, n_2 \ldots)$ なる函数の形は argument $(n, n_2 \ldots)$ 等の他の或る他の場の状態によってきまらないことになる. すると、閉曲面の中の粒子の数の総計が必ずしも保存されるということの意味が如何に変つてくるかが問題になる.

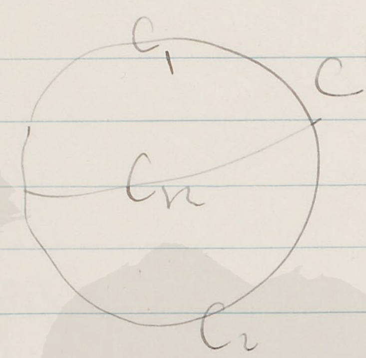
INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 14 25

それは~~内部の函 Ψ(~~ 周辺の $n_1, n_2, \cdots$ の函数としての $\Psi(n_1, n_2 \cdots)$ を内部の $\Psi(n_1 n_2 \cdots)$ の函数として表はし、



それに operate するといふ方法をとらねばならぬ訳.



$$\Psi(C)=\sum_{C_{12}}\Psi(C_1,C_{12})\Psi(C_{12},C_2)$$

この分割を繰返して行くと結局どこかで、小さい領域の周囲についての $\Psi(C)$ を、その中の一点での値 $\Psi(x)$ と等しいとおく仮定をする。ここで universal length r_0 の如きものが入って来る.