素粒子 それぞれは「質量」「スピン」「統計」の一定なものである。この際の 相互作用 とは、要するにスピン、統計、質量等の異なる状態への移行を意味する。相互作用してゐる限りに於て個々の素粒子の(他と) スピン、統計、質量等について云ふことは一般に不可能である。特に質量としては種々のものがまざってゐると考へる必要がある。但し相互作用が全くなければ各粒子は Sp. St. M. の一定の状態にある。

相互作用に関して特に Sp. St には(の変化) 両方に強い制限がある。例へば偶数個の Fermi 粒子と ~~偶数~~ いくつかの Bose 粒子とが相互作用をやった結果出来るのは矢張り偶数個の F. といくつかの B. である。又 相互作用の前に F. が奇数なら、後も矢張り奇数。一奇数といふのが悪ければ 相互結合 又は 相互一致 といってもよい。スピンについても同様である。~~但し~~ 更に ~~質量に関しては~~ エネルギー、運動量に関する制限があるが、これは直接質量(変化)に制限を与へることが出来ない。

YHAL F16 070

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 0

素粒子論の方法に就いて (I)

17. 10. 16 (素粒子(東京)会合)
(学術振興会)

(0) 四次元的な立場を徹底するには、我々の概念形式を四次元的なものとしなければならぬ。— Dirac, 第一歩 —、そして 古典的法則とは あらゆる可能な状態から 特別なものを選択する規則に他ならぬと云ふのが 要点である。

所で一体問題を多体問題、即ち 粒子系から 場に移るには、我々は函数の形を変化させねばならぬ。その場合にも四次元的な状態函数で 状態函数を展開した係数は最早や時空座標に無関係であると考へる。係数を演算子と見れば場の各種の量は又時空に無関係になる。これを基の状態函数に関する 各種の量に展開した場合の 各種の量のみに どんな函数が出て来るかは 状態函数、一つの表現 四次元 函数 — と云ふものが許されるかによって定まって来る。かゝる許容性を定めるものが 状態方程式 — 場の方程式 — に他ならぬ。

かやうな根本の考へ方から出発するならば、それは素粒子論の方法として 多体問題の ~~場の四次元論としての~~ 問題の解決から 出発するのが当然であらう。

~~それは~~ この方法を進めて行くと、当然 [場] の問題へ入って行く。場を粒子に 分解し得ると考へるといふ考へ方。それは、これが場の粒子であることを意味してゐる。相互作用を考へると 場の概念は 本質的に新しいものになる。

命題 Model的

(2)の方へ 素粒子の 集り、その生成の確率

素粒子の分析 — 単純な素粒子、新しい粒子の生成

相互作用の 素粒子 → 確率振幅が出て来る

素粒子のある閉ぢた系に就いて 新しい確率振幅が出て来る。

†然るに時間的~~要素~~も力学的要素の中に入りこんで来る。従って non-rel. の場合の様に「ある時刻に於ける ψ を ─ 任意の形で ─ 与へる」ことによって状態を~~きめる~~を特徴づけることは不可能である。その代りにある偏微分 ─ 即ち従来の波動方程式 ─ によって制限せられた波動函数によって状態が特徴づけられる。そして波動函数をその一定の時刻においての切口を知ることは relativistic な理論では無意味である。いつもはその或る領域における波動函数の形が全体として意味を持ってくる。決してそれは任意ではない。その領域の境界に於ける波動函数の常数値を与へるならば、内部の値も望ま ─ 波動方程式によって ─ 一義的にきまってくる。これが相対性原理における一体問題の姿である。これを多体問題に拡張すれば、我々は波動函数 ψ 自身を力学的~~量~~（演算子）と見直さねばならぬ。四次元領域に於ける~~演算~~ ψ は相互に一次的な関係によって結ばれた~~波動函数の~~演算子（─ 波動方程式による ─）全体である。即ち

$\psi(x)$

素粒子論の方法に就いて
(多時間理論と振幅の問題)

昭和十七年十月　数物学会講演

1、多時間理論に於ける再量子化法．

$$\Psi(x_1 \cdots x_n, t) = \sum_E c(E_1 \cdots E_n, t)\,\psi(E_1 x_1) \cdots \psi(E_n x_n)$$

なる表現を多時間理論に拡張すれば

$$\Psi(x^{(1)} \cdots x^{(n)}) = \sum_p c(p^{(1)} \cdots p^{(n)})\,\psi(p^{(1)}, x^{(1)}) \cdots \psi(p^{(n)}, x^{(n)}) \tag{1}$$

となる．但し　$x^{(i)}$ は $(x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, ct^{(i)})$ の全体、
$p^{(i)}$ は $(p_x^{(i)}, p_y^{(i)}, p_z^{(i)}, \frac{E^{(i)}}{c})$ の全体、

を意味する，粒子の質量には不定で．従って

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \frac{E^2}{c^2} + m^2c^2 = 0$$

の如き関係式は未だ考慮されない、即ち $p_x^{(i)}$, $E^{(i)}$ 等は互ひに独立な変数と考へる。*

$$R_q^{(i)}\Psi = 0 \qquad i = 1, 2, \cdots n \tag{1$'$}$$

なる波動方程式に (1) を代入~~せ~~として，$\tilde\psi(p^{(1)}, x^{(1)}) \cdots \tilde\psi(p^{(n)}, x^{(n)})$ を掛けて積分すると，

$$\int \tilde\psi(p_m^{(i)} x_m^{(i)}) R_q^{(i)} \psi(p_n^{(i)} x_n^{(i)}) = (p_m^{(i)}|R^{(i)}|p_n^{(i)})$$

$$\sum_{p_n^{(i)}} (p_m^{(i)}|R^{(i)}|p_n^{(i)})\,C(\cdots p_n^{(i)} \cdots) = 0 \tag{2}$$

となる．　$R^{(i)}_{mn}\,C(\cdots \overset{(i)}{n} \cdots) = 0$

但しこの議論は時間 $t_4^{(i)}$ についても行はす

i) Bose統計.

若し ψ が $x^{(i)}$ と $x^{(j)}$ の交換に對して不變な場合には、$C(p^{(1)}\cdots p^{(n)})$ も又 $p^{(i)}, p^{(j)}$ に對して對稱になる。從って

$$p = p_1, p_2, \cdots$$

なる運動量をもつ粒子の數

$$n_1, n_2, \cdots$$

を與へることによって波動函數は定まる。これを新しい變數として

$$C(p^{(1)}\cdots p^{(n)}) = C^*(n_1, n_2\cdots)$$

と書く。

規格化の條件を考慮して

$$\sqrt{\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots}}\, C^*(n_1, n_2\cdots) = f(n_1, n_2\cdots)$$

$$\sum_{n_1 n_2\cdots} |f(n_1, n_2\cdots)|^2 = 1$$

が得られる。以下通常の non-relativistic な場合と全く同じである。

~~(2)式と~~ 違ふ所は各瞬間の波動方程式が一つでなく、(2)の様に聯立の形になってることである。

そのために(2)は

$$\sum_s R_{rs}\, f(\cdots n_r-1 \cdots n_s+1 \cdots) = 0 \text{ 等} \quad (3)$$

と書かれる。 聯立式のどれも同じ式になる筈である。

つまり(3)といふ一つの式丈満足されてゐればよい。

これは波動函數 ψ が對稱(或は反對稱)な限

i). (1)'式は凡て互いに compatible なることを意味する.
Bloch (Phys. ZS. Sowj. 5 (1934) 301) の條件(ウ)はこの場合自動的に満足される.

∵

$$\cancel{R^{(i)}} R^{(j)} \psi = \cancel{R} P^{ij} R^{(i)} P^{ij} \cdot \cancel{P^{ij} R^{(i)} P^{ij}} \times P^{ij} \psi$$

$$= P^{ij} R^{(i)} \psi = -P^{ij} (R^{(i)} \psi)$$

故に ψ が $R^{(i)} \psi = 0$ を満足する限り $R^{(j)} \psi = 0$ も満足される.

ii) ~~Fermi 統計の場合も全く同様である~~.

演算子

$$U_r f(n_1 \cdots n_r \cdots) = f(n_1 \cdots n_r + 1 \cdots)$$
$$U_r^{+} f(n_1 \cdots n_r \cdots) = f(n_1 \cdots n_r - 1 \cdots)$$

を導入し, $(U_r^{+} f(\cdots \overset{r}{0} \cdots) = 0)$

$$b_r = U_r \sqrt{n_r} \qquad b_r^{+} = \sqrt{n_r}\, U_r^{+}$$

$$L f = 0$$

$$L = \sum_{p,r} b_p^{+} (p|R|r) b_r$$

と書ける. 或は

$$\psi = \sum b_r \psi_r \qquad \psi^{+} = \sum b_r^{+} \tilde{\psi}_r$$

と書くことにより

$$L = \int \psi^{+} R \psi \, dx$$

となる.

† Pauli, Solvay Berichte, 1939

$$D(x) = \frac{1}{V}\sum \frac{1}{2}\left[\frac{e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x}+k_4x_4)}}{ik_4} - \frac{e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x}-k_4x_4)}}{ik_4}\right]$$

$V \to \infty$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{k}\left\{\frac{1}{2}\left[\;,\;\right]\right.$$

$$k_4 = +\sqrt{\mathbf{k}^2+\varkappa^2}$$

$D(x)$ は $D(\mathbf{x},0)=0$ $\left(\frac{\partial D}{\partial x_4}\right)_{x_4=0} = \delta(\mathbf{x})$

という條件によって eindeutig に決定される.

$\varkappa=0$ ならば

$$D(\mathbf{x}.x) = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{r}\left[\delta(r-x_4)-\delta(r+x_4)\right]$$

交換関係としては

$$\left.\begin{aligned} b_r b_s^+ - b_s^+ b_r &= \delta_{rs} \\ b_r b_s - b_s b_r &= 0 \\ b_r^+ b_s^+ - b_s^+ b_r^+ &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (*)$$

を假定する。

~~これから~~して

$$\psi(x) = \sum b_r \psi_r(x) \qquad x_4 = ct$$

$$\psi_r(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i(k_1^{(r)}x_1 + k_2^{(r)}x_2 + k_3^{(r)}x_3 - k_4^{(r)}x_4)}$$

とおいて、

$$\psi(x)\psi^+(x') - \psi^+(x')\psi(x) = \delta(x-x')$$

が得られる。但し x, x' はそれぞれ (x_1, x_2, x_3, x_4) 及び (x_1', x_2', x_3', x_4') の代りを意味する。

$$\because \quad \psi(x)\psi^+(x') - \psi^+(x')\psi(x)$$

$$= \sum_{r,s} (b_r b_s^+ - b_s^+ b_r) \frac{1}{V} e^{i(k_1^{(r)}x_1 + k_2^{(r)}x_2 + k_3^{(r)}x_3 - k_4^{(r)}x_4) - i(k_1^{(s)}\cdots)}$$

$$= \sum_k \frac{1}{V} e^{i\{k_1(x_1-x_1') + k_2(x_2-x_2') + k_3(x_3-x_3') - k_4(x_4-x_4')\}} \qquad \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\,dk = 2\pi\delta(x)\right)$$

$$= \delta(x-x')$$

$$\left(= \quad \frac{1}{(2\pi)^4}\iiiint e^{\cdots} = \delta(x-x')\right)$$

即ち、場の性質に関する何等の規定もない場合—いひかへれば場は微小粒子の抱含がない、重量何であってもよい場合 ~~は~~—には、

の四次元的なと三次元的なの間は、

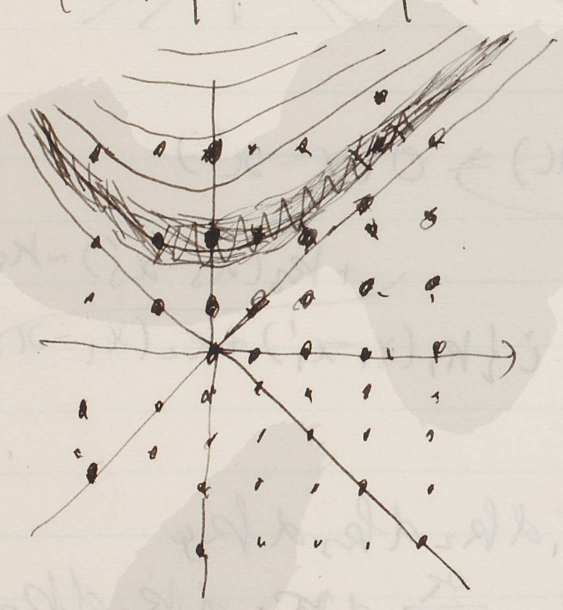
$$\psi = \sum b_r \psi_r$$

$k^2 - k_4^2 + \kappa^2 = 0$ といふ制限が取り除かれ。

$$\cancel{\psi = \sum \delta(k^2 - k_4^2 + \kappa^2)}$$

$\cancel{\psi_r(x)\,\psi_s(x}$

$$\psi(x)\psi^\dagger(x') - \psi^\dagger(x')\psi(x) = \sum_k \frac{1}{V} e^{i\{k(x-x') - k_4(x_4 - x'_4)\}}$$



$$\frac{\underline{dk_1 dk_2 dk_3 dk_4}}{\text{個数}} = \frac{\kappa}{k_4} dk_1 dk_2 dk_3 d\kappa$$

$d\kappa$ の間に $\frac{\kappa}{k_4} d\kappa$ 個ある。

k も $\frac{2\pi}{L}$ の間隔にとる。

即ち $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ 即ち k_4 軸で一つづつ Gitterpunkt を含むから κ-hyperbola を取る。

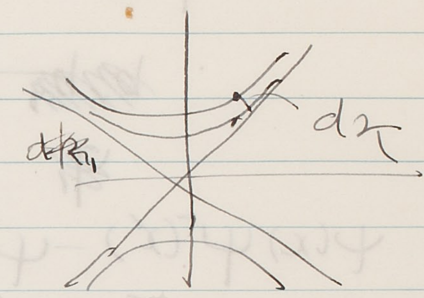
INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 5

従つての
[illegible]二点の間は ~~[illegible]~~ 互ひに交渉を持たない。いひかへれば、すべての点の値を同時に測ることが出来る。一つの出来事と他の出来事の間に何等の因果的関係はない。

次に k_1, k_2, k_3, k_4 の間に

$$k_4^2-k_1^2-k_2^2-k_3^2=\kappa^2 \quad (+)$$



のごとき制限がある場合には

$$\cancel{\psi = \sum}$$

$$\psi(x)\psi^{+}(x')-\psi^{+}(x')\psi(x) \neq \delta(x-x')$$

ではなく.

$$= \sum_{r,s} \cancel{(b_r b_s^{+} - b_s b_r)} \frac{1}{V} e^{i\{k_1(x_1-x_1')+k_2(x_2-x_2')+k_3(x_3-x_3')-k_4(x_4-x_4')\}}$$

$$= \cancel{\sum_{k_1k_2k_3}} \frac{1}{(2\pi)^4}\iiiint \quad dk_1dk_2dk_3dk_4 = \frac{\kappa}{k_4}d\kappa\, dk_1dk_2dk_3$$

$$= \frac{4\pi^{i}}{\cancel{V}}\iiint \frac{e^{i(\vec{k}\vec{x})\mp k_4x_4}-e^{i(\vec{k}\vec{x})+k_4x_4}}{k_4}dk_1dk_2dk_3$$

$$\left(\frac{\kappa d\kappa}{4\pi_x^3 \, \dagger}\right)$$

$$= \text{const} \iiint + \cdots \quad \dagger$$

II ψ 場でなく ρ を求めると

$$(\Box-\kappa^2)\rho = -\chi\rho \longrightarrow \chi(x)$$

$$\rho(x,x') = \sum_{r,s}\rho^{(r)(s)} e^{ik^{(r)}x} e^{-ik^{(s)}x'}$$

$$(k^{(r)2} - k_4^{(r)2} + \kappa^2)\rho^{(r)(s)} = \chi^{(q)}\rho^{(p)(s)}$$

$$\chi(x) = \sum \chi^{(q)} e^{i(k^{(q)}x)}$$

$$k^{(q)} = k^{(r)} - k^{(p)}$$

一方 $\rho(\Box-\kappa^2) = \rho\cdot\chi(x') = -\sum\rho^{(r)(s)}\cdots e^{-ik^{(s)}x'}\chi^{(t)}e^{i(k^{(t)}x')}$

から

$$(k^{(s)2} - k_4^{(s)2} + \kappa^2)\rho^{(r)(s)} = -\sum_{(t)}\chi^{(t)}\rho^{(r)(u)}\chi^{(t)}$$

$$k^{(u)} - k^{(t)} = k^{(s)}$$

$$k^{(t)} = k^{(u)} - k^{(s)}$$

real field: $\chi^{(t)} = \tilde{\chi}^{(-t)}$ $k^{(t)} = -k^{(-t)}$

とすると

$$(k^{(s)2} - k_4^{(s)2} + \kappa^2)\rho^{(r)(s)} = \sum\rho^{(r)(u)}\tilde{\chi}^{(t)}$$

$$k^{(t)} = k^{(s)} - k^{(u)}$$

III ~~例~~ 例へば $\chi = \cdots\chi^{(0,r)}$ (例 $e^{\cdot\cdot} = 1$, $\kappa_1^{(0)} = \cdots = 0$ の所まで考へられる)

ならば、例へば ~~const は~~ 外力によって密度とエネルギーも変化しないならば。粒子数の総和が変化しないことになる。但し変化の仕方は粒子の密度とエネルギーに関係しない。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY. で且つ言ねば

No. 6

即ち 均等に(け)のあらき制限、即ち 例へば粒子の数等が一定といふ条件があれば、交換関係は当然 Dirac-Pauli 型になる。 即ち ~~あるい~~ 3又は ~~Anum~~ zeitartig なる二点の値は~~一般に関係~~を云へば独立し得ないのが一般である。これが因果関係が見出される。(二つの時間的事象の間の)

以上は自由粒子の(一種の)場合であるが、二種以上の素粒子の ~~集まり~~ 間の相互作用を考へるならば問題は次の様に変化する。

自由粒子の場合には

$$\psi = \sum_r b_r \psi_r \qquad (*)$$

の展開を行った場合、例へば z から一様なら

$$\psi_r = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3-k_4x_4)}$$

$(\cancel{k^2-k_4^2+\kappa^2=0})$

の如き函数を取れば

$$(\Box-\kappa^2)\psi = 0$$

即ち

$$\sum_r (k_{(r)}^2-k_4^{(r)2}+\kappa^2) b_r = 0$$

で

$$k^{(r)2} - k_4^{2(r)} + \kappa^2 = 0$$

を満足する様な ψ_r に対しては $b_r \neq 0$ でなくてよい。

この場合は b_r, $b_r^\dagger$ に対して $(*)$ の交換関係を入れる。

相互作用があるならば、例へば それが

$$(\Box-\kappa^2)\psi = -4\pi\rho$$

の如き形で表はされるとして、$(*)$ の展開を代入すると

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 7

$$b_r\left(k^{(r)2} - k_4^{(r)2} + \kappa^{2}\right) = +4\pi \rho^{(r)}$$

但し $\rho = \rho^{(r)} e^{i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3-k_4x_4)}$

従って $k^2 - k_4^2 + \kappa^2 = 0$ を満足すれば、b, これに対しては resonance で b_r が大きくなる。然し $k^2 - k_4^2 + \kappa^2 \neq 0$ の所でも、それは b_r が消えない。これは質量の一定な粒子の外に他の粒子との相互作用がある場合には、質量が一定でなくなることを意味する。

もっと程度の違った場合として

$$(\Box - \kappa^2)\psi = -\chi\psi$$

のやうな形で ψ と他の場 χ との相互作用が入って居る場合には

$$b_r\left(k^{(r)2} - k_4^{(r)2} + \kappa^2\right) = \sum_s \cancel{\chi^{(t)} b_t} = \sum_s \chi^{(r,s)} b_s$$

となる。但し

$$\chi = \sum_s \chi^{(s)} e^{i(k_1^{(s)}x_1 + k_2^{(s)}x_2 + \cdots)}$$

$$k_1^{(r,s)} = k_1^{(r)} - k_1^{(s)}$$
etc.

従ってこの場合にも矢張り質量が一定でないこととequivalentである。

いづれの場合にしても、相互作用が大きい程 → $\rho^{(r)}$ 或は $\chi^{(r,s)}$ が大きい程 ― 質量の違ったものの混り方が多くなる。又質量が~~…~~その値に近いもの程共鳴因子 $\dfrac{1}{k^2 - k_4^2 + \kappa^2}$ のために、混り合方が多くなる。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 8

相互作用のある場合の交換関係はどうなるか;