理論の統合的 数学的形式可能性の問題。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

素粒子論の方法に就いて.(II)

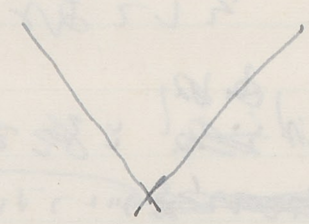
17年12月9日(水) 理研講演会.

(I. 物理学会年会 (17年10月16日) 数物会誌に発表の予定)

素粒子論の基礎に就いては既に数回に亘つて論じて来た.
例へば 科学 (7,8,9月号,「素粒子の理論」に載録) 参照.
そして新しい方法~~として~~.は次の二点に於て従来の方法と本質的に異なる
i) 従来の量子力学に於ける確率振幅の概念を次のごとく拡張すること.
従来は.(の粒子系の量子力学に於いては) 二つの事象の一方—即ち先行するもの—を原因とし,
他方を結果として取扱ひ, ~~この二者に対する確率的定数を~~
~~与へ両方の~~ 両者の生起の確率的関係を表はすものとして,
確率振幅を導入した. これを簡単のため ψ と書く.
これを~~拡張して~~.他の理論に拡張するためには. ~~量子力学~~
原因・結果を区別せず一群の事象の全体を取上げその生起の確率を問題にせねばならぬ. これを Ψ と書いて置く.
ψ ~~に関する法則は~~ ~~ψ~~ を決定するものは. 波動方程式と初期条件とである. ~~いひかへれば終末条件はそれに~~
よって定まるのは ~~ψ~~ ψ の始めの形である. 更に終末条件を与へることによって確率振幅の数値が定まる.
これをもつと詳しくいへば. $\psi(xt/x't')$ の中の x,t は決めて置いて ~~$x't'$~~ ψ が $x't'$ に如何に関係するかを問題にする. L を $(x't')$ に関する或る演算子とすると

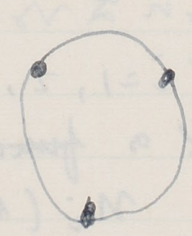
$$L'\psi = 0 \qquad (1)$$

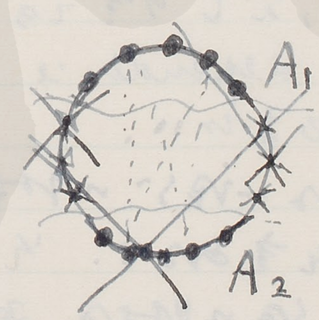
なる~~微~~方程式を~~満す~~が成立する.
但し一方に於て. ~~xt~~ ψ が (xt) に如何に関係するかを問題にしてもよい. その場合にも $\tilde{L}$ を (xt) に関す



* 今迄に述べた困難となるのは量子化された場では
$n_1, n_2, \cdots n_e$ の中でその zeitartig ~~的~~ (な) 点の
関係するものは. Vertauschbar でないことである.
(ψ(xt/x't') と ~~書~~ に於いては x と x' は何処でも, t' が異なる
限り vertauschbar でなかった. そしてそれならばこそ.
ψ の形に制限をおいたのだ.)

~~Raumartig~~





A₁

$n_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad n_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \cdots$

A₂

$L = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \kappa^2$

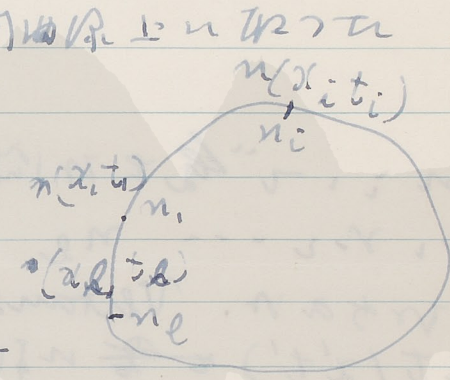
$\Psi(n_1, n_2 \cdots n_l)$ 2

、この演算子で ~~新~~ ── L と複素共役なもの ── とすると

$$\tilde{L}\psi = 0 \qquad (2)$$

が成立する。そしてある ~~素数は~~ 境界条件を与へると ψ の形が定まる。
何故初期~~条件~~函数と境界函数とを同時に任意に与へることは出来ない。~~...~~ 何れか一方は任意に取れるが、両者 ~~...~~ 即ち ψ は xt, $x't'$ の函数としては ~~...~~ その形に制限されてゐる。

これに対応して Ψ の形は閉曲線上に取つた
$(x_1 t_1) \cdots (x_l t_l)$
なる l 個の点上での ~~素粒子~~ の数 $n(x_i t_i)$ ~~によって~~ $= n_i$
によって定まるであ~~るから~~らうが、
それは $n(x_i t_i)$ の値を ~~任意~~
~~─~~ ときめて居るその場合の
xt, $x't'$ の全ての値に対する ── Ψ の dependence を任意に与へることは出来ない。



$xt \rightleftarrows n_1$
n_2
$x't' \rightleftarrows$
n_l

$n_i\ (i=1, 2, \cdots l)$ のある一組に対する Ψ の ~~funct~~ 函数形を定めると、それで $n_i\ (i=1, 2, \cdots l)$ の全組に対する函数形が定まつて了ふ。
しからばその様な制限を与へる法則は何であるか?
ψ の場合には近接する二点 (x', t') と $(x'+dx', t'+dt')$ ~~間の~~ に於ける ψ の値の間の関係を与へるものが (1) であつた。
~~これに対応して n_i と n_{i+1}~~
$n_1, n_2 \cdots n_l$
~~Ψ の或一組~~
$n_{k_1}, n_{k_2} \cdots$

4

~~の値を~~ 同時なことは (x,t) 及び(2) に就いてもいへれば

~~$n_{k_1}\pm1,\ n_{k_2}\pm1,\ \cdots$~~

~~に換へれば答へは一~~

若しも $(x,t,x'\,t')$ の両方を同時に考へるとし.

$(x+dx,\ t+dt,\ x'+dx',\ t'+dt')$

なる点と其の点の中の間を同時に間隔になるならば、その間を繋ぐものは (1), (2) の両方の式である。これ等を繰り返して結ぶことによつて 其の点から他の点へ移れる。
但しこの場合には L' と L とは作用的に相互の意味が全く異なるのである。

これに対して $\Psi(n_1, n_2 \cdots n_l)$ の場合には 上の形を据えたならば、其の後とその近くの演算による
$\Psi(n_1+\Delta n_1,\ n_2+\Delta n_2, \cdots\cdots n_l+\Delta n_l)$
と結びつけるものである。 但し $\Delta n_i = 0, \pm 1$.
それ故 $\Psi(n_1, n_2 \cdots n_l)$ と結びつくべき演算の $\Delta n_1, \Delta n_2, \cdots \Delta n_l$ の一部分が0でないものに限られてゐる その反面に於いて ——L' と L の如く—— 各0である $\Delta n_1, \Delta n_2 \cdots \Delta n_l$ 等の中で各0であつたものまでが0でない様な演算と続く様な演算が繰返されるならば、Ψ の場合と同様に上の式、二つの時空点の間の相関関係を示すものとなる。勿論それは必ずしも因果関係を表はすものとは限らないが。
併し演算がこんな風に分離されるのは むしろ例外的な場合である。　例へば 同時刻

の諸点 $(x_i\,t_i)$ を貫くかはりに

$(x_i;t)$

$t_1=t_2=\cdots=t_k=t$

$t_{k+1}=\cdots\cdots=t_l=t'$

$(x_{i+1};t')$

といふ二つの同時的な点の群を持つた場合に限られるのである。*

$\psi^\dagger(\psi'^\dagger\psi' \cdots) - (\psi'^\dagger\psi')\psi$

$= \delta\psi' + \psi'^\dagger\psi\psi' \cdots$ $n(x)\,n(x') - n(x')\,n(x) = 0.$

$- \psi^\dagger\psi\psi' \cdots \delta\psi'\psi$

$= 0$

微小体積の

これと関係して 現在[illegible]の問題がある。([illegible]の注意)

相対論的 微小体積ならば

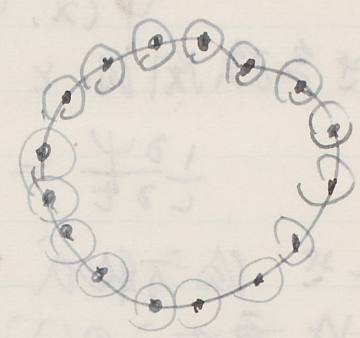
同時刻上の点の分布を知ること

になり、中の点は1つ2つとなる。

何故 $n(x)$ が到る所

vertauschbar としての[illegible]

ことを知る。(既に知る) #



同じ zeitartig に離れた $n(x)$, $n(x')$ は必ずしも vertauschbar でない。

$\psi^\dagger\psi\,\psi'^\dagger\psi' - \psi'^\dagger\psi'\psi^\dagger\psi$

$= \psi^\dagger\psi\psi'^\dagger\psi' - \psi^\dagger\psi'^\dagger\psi\psi' + \{\psi^\dagger\psi'^\dagger\psi' - \psi'^\dagger\psi'\psi^\dagger\}\psi$

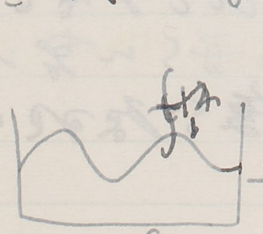
$= \psi^\dagger\delta\psi' - \psi'^\dagger\delta\psi = 0$

$= \cancel{n\cdot\delta\psi'^\dagger}.$

field equation は ψ に関するので n は[illegible]関数で与えられない。従って 方程式は

$$\Delta\psi = 0$$

の如き式を満たす ψ の[illegible]は、[illegible]を[illegible]ことができる。しかし ψ を operator とすると、この[illegible]

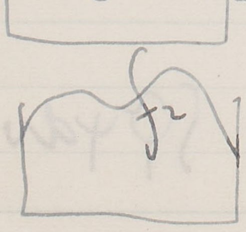


$\to \Psi_1 = \Psi(f_1)$ [illegible]

$n_i = \nu_i$ [illegible]

$n_i\Psi = \nu_i\Psi$

$n_i n_j \Psi = \nu_i\nu_j\Psi.$



$\to \Psi_2 = \Psi(f_2)$

従て理論の場の量子化では

$$\psi(x)\psi^{\dagger}(x') - \psi^{\dagger}(x')\psi(x) = \delta(x,x') \quad (3)$$

の如き交換関係と

$$\frac{h}{i}\frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi \quad (4)$$

の如き波動方程式を基本仮定として居る。

~~これは~~ 更にこの(3),(4)等は全く Ψ に依存せざる演算子間の関係である。例へば(3)は Ψ の中の n(x)を一つ減じ n(x')を一つ増した状態の Ψ とその状態の間の連結を規定する。

(4)は ~~Ψの n(x)を一つ減じたもの~~ ~~この意味で(4)は甚だ具合の悪いものである。~~

n(x)を一つ減じた状態の Ψ と、n(x+dx)を一つ減じた状態の Ψ の間の関係を規定して居る。

それは n(x), ~~等~~ の如き連続変数を離散的変数の集合の代りに ~~n_i (i=1, 2, …~~ $n_i = n(x_i)$ (i=1, 2, … l) を考へるのが妥当である。そして(3)は δ-symbol になり、(4)は difference equation の形になる。

所で従来の理論では ― 素粒子の量子論をも含めて ― いつも基本仮定を"微分方程"の形に書けた。今後の論文より、Ψ を定める式を差分方程に書いて見ることを試みる。

古典系の量子化では例へば

$$\delta\int \tilde{\Psi} H \Psi\, dv = 0 \qquad \int \tilde{\Psi}\Psi\, dv = \mathrm{const} \quad (5)$$

$$\delta\int \tilde{\Psi}\left(H - ih\frac{\partial}{\partial t}\right)\Psi\, dv\, dt = 0$$

場の無い所から出発した。 ~~これは点 $(x\,t)$~~
量子化された場の理論では量子数は変数とは
考へられない
この点をどうするか #

更に詳しく考へて見ると て $N_1\, N_2 \cdots N_\ell$ と書くと 空間曲線上の $n_1\, n_2 \cdots n_\ell$
等を operator と見る。それ等の中には互ひに vertausch-
bar でないものがある。~~従って~~ 併し

$$\cancel{n_i \Psi}$$

$$N_i \Psi = n_i \Psi \qquad n_i : 数 \qquad (6)$$

~~これ等は~~、と書けるから
(~~例へば~~ $N_i N_j \Psi = n_i n_j \Psi = N_j N_i \Psi$)

~~例へば~~ (経典の場合でも x という演算子を X とすると

$$X \psi(xt/x't') = x \psi \quad 併し \quad X^t X' \psi$$

$$X' \psi(xt/x't') = x' \psi \qquad = X(x'\psi) =$$

とは書けない。~~何故かというと~~ ~~$\psi(xt/x't')$~~
において $x't'$ を与えると見て、 t に
おいて X の x なる値に ~~確定~~ 固有状態にあると見做
すと、X' を求める ~~ことによって~~ 得られるとは

$$X' \psi = x' \psi$$

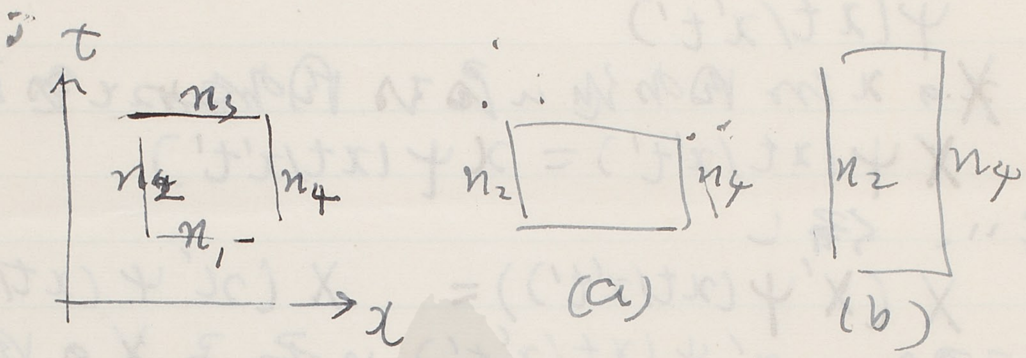
ではない。X を求めるには $\psi(xt/x't')$ において
$t' \to t$ に持っていかなければならぬ。すると $\psi(xt/x't)$
$= \delta(x\,x')$

同時刻では $X X' \psi = X' X \psi$.

$$p\,\psi(p/q) = p e^{\frac{ipq}{\hbar}} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial q} e^{\frac{ipq}{\hbar}}$$

$$q\,\psi(p/q) = q e^{\frac{ipq}{\hbar}}$$

$$p q \psi = p \cdot q \psi =$$



n_1	n_2	n_3	n_4
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1

$$(N_1+N_2+N_3+N_4)\Psi = 2\Psi.$$

$(n_1, n_2\, n_4)$を与へることによつて Ψ の形は完全に定まる.

そこで ~~N_1+N_2~~ $= n_1+n_2+n_4 = 1$ ならば

$$\begin{cases} \Psi(\cdot\cdot 1 \cdot) = 1 \\ \Psi(\cdot\cdot 0 \cdot\cdot) = 0 \end{cases}$$

$n_1+n_2+n_4 = 2$ ならば

$$\begin{cases} \Psi(\cdot\cdot 1 \cdot) = 0 \\ \Psi(\cdot\cdot 0 \cdot) = 1 \end{cases}$$

$n_1+n_2+n_4 = 0, 3, \ldots$ ならば $\Psi = 0$

もっと一般の ◯ 閉曲線です。これをいくつかの部分に分けると上と似たことがいはれる。

~~しかし~~その任意[三つの]部分の間に時間的な距離, 空間的な距離の存在が Ψ の形を規定するのではない

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

$\psi(xt/x't')$

又 X の x なる固有値に属する固有函数と見做すと

$X\psi(xt/x't') = x\psi(xt/x't')$

でよい。但し

$X(X'\psi(xt/x't')) = x(x'\psi(xt/x't'))$

何となれば $x'\psi(xt/x't')$ は亦 X の固有函数であるから

従って $XX'\psi$ も $xx'\psi$.

同様に $N_i\Psi = n_i\Psi$

では $N_iN_j\Psi = n_in_j\Psi$

故に. $\Psi(n_1 n_2 \cdots n_l)$ なる総ての函数に対して

のみ $N_i\Psi = n_i\Psi$

と書ける.

$\cancel{f(n_1 n_2 \cdots n_l)\Psi}$

ψ の総ては x の固有値を $x_1 x_2 \cdots$ とすると

$\psi(x_1 t/x't')$
$\psi(x_2 t/x't')$
$\vdots$

は互ひに orthogonal な函数系の集合と考へられる.

従って $x't'$ の任意函数は

$f(x't') = \sum c(x_i t)\psi(x_i t/x't')$

なる形に~~...~~展開出来る.

同様に

$g(x,t) = \sum d(x_j't')\psi(xt/x_j't')$

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 7

すると、

$$X f(x't') = \sum c(x_i t)\, x_i\, \psi(x_i t/x't')$$

$$X'X f(x't') = \cdots\cdots$$

その様にして、物理的量を operator として表はす場合、それは任意 ~~状態~~ 函数に対して演算を施されるものではなく、特定の ψ 函数に対してのみ演算は意味を持つ。という意味で非常に制限されて居る。