微視的なもの＋（古典的なもの / 統計的なもの）＝巨視的なもの

No. 0

素粒子論と観測の問題

17.10.15（学研第[illegible]分科会）

観測の問題は数学的形式——それは自己同内的矛盾を含まないものでなければならぬ——が完成し、それに加へられた所定の解釈が確立されるに至つた暁に於てはじめて、正しい解答を与へうる~~理論的~~の問題である。

しかるに素粒子論に於てはまだ正しい~~数学的~~ 形式のない段階に 方法が確立されてゐない。従つて、観測の問題を 解答を与へる所か 問題として把握することすら困難である。それは一つのまとまつた問題とはまだならない。~~併し~~ そこに幾つかの問題がある。先づ第一には素粒子論の方法の問題から入つて行かねばならぬ。

第一は観測の時間の問題である。

Schrödinger(1)はエネルギーの一定な体系の状態においては全ての変量を観測値は時間に無関係である。体系は観測し得る性質に関係なく何等の変化を起さない。一つの体系に何か起つたといふことはエネルギーの不確定さを意味する。非相対性論の力学で、この事が問題にならなかつたのは、運動量、位置と エネルギー ~~の函数としてのエネルギー——即ち Hamilton 函数——が観測の対象となつて居たのであつて、時間と共役な量としてのエネルギーは問題にならなかつたのだともいへる。~~ の関係が次のやうになつて居た。

例へば $E=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2m}p^2$ では m が小さければ（従つて v が大きければ）ΔE が大きくても Δp は小さくなる。

$\frac{p}{m}\Delta p = v\Delta p$

No. 0.1

◎ 素粒子論と観測の問題.

観測といふことは常にある対象に注意を向けるといふことを意味する. ~~観測の対象に同時にそれとして~~ それは(同時に)対象化されないものの存在を意味する. 量子力学の観測の理論 — Neumann によれば — においては観測の対象と観測装置~~とが~~ ~~同時に~~の全体が量子力学的体系として取扱はれてゐる. 併しそれは非相対論的量子力学であるから許されるのではなからうか. つまり粒子系の中での直接の相互作用は考慮されてゐるけれども, ~~場を~~仲介とする場の存在は問題にならないといふ限りにおいて許されるのではなからうか? 勿論量子電気力学においても屡々近似が用ひられる, ~~これは~~その法則に示されてゐるのは, 光の二重性である; ~~停止~~ 通常な波動性に基づく散乱光の干渉と, 光の粒子性に基づく Compton 効果とが同時に与へられてゐる. —— これは矛盾しないので全くない. 散乱された方向が不明なのであるから Compton の散乱光線の一つ一つ〔が行はれてゐるので〕をとり出すことは出来ない, — 又その一つ一つ〔の何れが起つたかを確めれば〕干渉は消滅する.

これを比喩的にいふと「散乱光をそらして, レンズで集めると同時に Wilson Chamber で反跳電子の Track を見たら両方わかる」といへさうである. 併しさうしてきまるのは散乱光の光子の運動量であり, 一方後からきまるのは散乱電子の光子の位置である. 散乱光の光子の位置及び散乱電子の光子の運動量はきまらない.

Wilson chamber で ~~遠方~~ 観測するとき Wave Packet の reduction が起るのである.

~~波が機器へ入ってから~~、換言すれば光を使ふ際には一種観測装置の役目——光が何等かの原因によつて変化を受けることが問題に(の如)なつてゐる。反対に電子の方から光子の方を見て居る場合には、それが何等かの原因によつて運動状態を変化することを問題にする。その場合に於て既知の量よりすれば ~~内部的~~ 条件は ~~なし~~ 全く適用出来る、例へば光と電子とを一緒にした体系 ~~に対して~~ ~~[illegible]~~ を考へる必要はない。一方が自己の観測に向へば、他方は違つた方へ行つて居るのである。

この意味でDiracの輻射理論で光を論とし、電子系と ~~[illegible]~~ 一緒に取扱つたのは意味がある。しかし ~~この関係はある程度まで~~ EPS 後は光を電子の間相互作用を知るため必要なのである。しかしこの関係はある程度まで進むのであつて電子を光に関する ~~同~~ 系と論と論との手段とも見られるのである。——一般に電磁場—— その際、電磁場を外からの擾乱と見て、電子論の変化を論ずることが問題になる。

いづれにしても本質的なのは、何か他から擾乱を受けない体系である。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 1

素粒子論と観測の問題

昭和十七年十月　学振第25小委員会

文献

(I) Schrödinger, Berl. Ber. 1931, S. 238, Nr. 12

Spezielle Relativitätstheorie und Quantenmechanik

Relativierung der Gleichzeitigkeit (R.T.)

Statistiken der Bestimmungsstücke (Q.M.)

共に Bezugssystem を定める — Q.M. 特に Aussage は System-zeit の Funktion として与へる — Aussage と Bezugssystem の取り方に無関係になる (Lorentzinvarianz)

Schrödinger は Bezugssystem を定めるといふこと自身に既に Q.M. 的考察が必要だとする.

時計の質量を m とすると, 時刻を知らす signal の遠隔時間で t を短かくすると, それ丈時計(時針)が大きな Rückstoß を受けることになり, 結局時間の Unschärfe を(時計の進みが違って来る)

$$\tau_0 = \frac{h}{4\pi mc^2}$$

以下に出来ない.

同様に m なる質点の System の Geometrische Konfiguration を定めようとすると, 距離二点の決定の際に Heisenberg 関係により運動量の不定さが生じ, これが不明な Lorentz-Kontraktion を伴ふ. その為に距離に関して

$$\lambda_0 = \frac{h}{4\pi mc}$$

以上の正確さが期待出来ない.

故に Q.M. の立場からは R.T. もまた guten alte klassische Mechanik と同じ様に, "makroskopische"

は観測と考へ。Q.M. に於ける Lorentzinvarianz は、此の程度迄許され
る Unschärfe の範囲でしか意味がないと云ふのが
正しいであらう。従って Lorentztransf.

$$(x', y', z', t') = F(x, y, z, t)$$

は Operator の間の関係と云はねばならぬ
(約言すれば、(各 Lorentzsystem に於ける Statistiken の間の関係)
所が現在の Q.M. では時間は Operator ではない、時間に
よって互いに全く[illegible]するものと考へてゐる。Lorentztransf.
は常に formal なものに過ぎぬ (この明らかな矛盾に nicht rel. である)
現在の~~解釈~~では Q.M. の Aussage は
Wenn du jetzt, zur Zeit t, eine bestimmte ~~Meßresultat~~ a Messung ausführst, so besteht die Wahrscheinlichkeit w, daß du das Meßresultat a erhältst. Alle Statistiken werden in Funktion des einen scharfen Zeitparameters beschrieben.
そしてこの最後の強い仮定を捨てることは ungeheuer schwer である。そして、現在の解釈では 測定が (t, t+dt) の間の時間内に行はれる確率を問ふことは無意味である。何故といへば、いつ測るかは各人の勝手だからである。問題は恐らく ideale "platonische" Zeitbegriff を止めて、~~の方にある。~~ ~~測定~~ 測定確率のある時空 又を探す方向にある。"また" 時刻を測るといふことも その時空の中に入ってゐる。
かくして Statistik は Zeitparameter に対する Abhängigkeit に於てではなく、相互の Abhängigkeit に於て記述される。[illegible]丁度 Boltzmann のような形に見出される。

No. 3

従て現在のQ.M.に於ける"時の観測"に意義を認めるならば
~~どうしても~~それに伴つて"正確な時計"の存在を認めさせねば
ならぬ。 時 各瞬間に於て時計の針がある一定の位置
例へば 5の所を指してゐるかどうかを決定する様な測定
を行ひ得る必要がある。 そして この測定の結果は
ある決つた時刻にのみ 肯定的で、他の凡ての
時刻には否定的であることが必要である。

尖鋭 鮮明

所で一つの系に何か起つたといふことは、エネルギーの Unschärfe 不鮮明に依る。エネルギーが完全に鮮明な系に於ては、凡ての予期値(Erwartungswert)は時間に無関係である。系は観測し得る状態に関する限り全然変化しない。それはあたかも熱力学的平衡状態にある系のごとく振舞ふ。

更に又今日の量子力学では時間が独特な性質を持つてゐる。一定の事象の生起の時刻 ~~時~~ ~~は~~ が一定の時刻に於ける物理的な量の 予測される 値より大いさと同様に一不鮮明さを伴ふのである。一つの鮮明な時刻へ一定の事象の生起する様な系は無限に大きなエネルギーの不確定度を持たねばならぬ
理想的時計の針の位置は物理的な量でなければならぬ。それは各瞬間に鮮明に定められた値を持つ。この量を表はす Hermite 型の演算子を τ とすれば各瞬間に

$$\tau\psi - t\psi = 0$$

を満足する状態 ψ が存在せねばならぬ。所がこの状態ではエネルギーの値は無限大である。換言すれば、高々有限な時間 t を要する観測的時計の存在が高々可能である。時間を t として一般に取ることは高々相対的なのは当然であらう。

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 4

(2) Ambarzumian und Iwanenko Zur Frage ~~der~~ nach Vermeidung der unendliche Selbstrückwirkung des Elektrons (Zs. f. Phys. 64 (1930) 563) では
電子の~~性質~~を論じようとして 点状電子の δ 函数を当てると それは~~無~~遠方で走り出す。~~Lorentz contraction を生じ、大さの縮みが不明、~~ その速さが不明、従つて 電子の大きさはわからぬ。
そこで Q. M. ~~に於ける空間の概念~~ の背景になつて居る空間に ~~次の如き~~ Gitterraum を導入る。Gitterkonst. を a とする。Elektron は Gitterpunkt 即ち

$$x = ka \quad y = ma, \quad z = na$$
$$(k, m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

にしか存在し得ないとする。
Differentialgleichung は Differenzgl. になる。
即ち $\frac{\partial}{\partial x}$ なる Operator は

$$\varphi_x = \varphi(x+a) - \varphi(x) \,/\, a$$

で置きかへられる。そして方程式の解は無限大ならないものとなる。
Heisenberg-Pauli の理論では Elektron の自分自身への相互作用の Energie は ― magnetische Energie を無視して ―

$$\varepsilon = 2e^2 g(p, p)$$

但し $g(p, p')$ は Laplace 式

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0$$

に対する Green 函数である。これを Differenzgl. の解で表して $\frac{1}{r_{pp'}}$ に相当するものを置きかへると

$$g(p, p) = \frac{6.34 e^2}{a}$$

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 5

~~(2) Landau und Peierls,~~

となる。従って

$$\varepsilon = \frac{6.34e^2}{a}$$

$\varepsilon = mc^2$ とおけば

$$a = \frac{6.34e^2}{mc^2}$$

これに依って
が Klein の Paradox を除かれる
以上の Formalismus は 四元ベクトルに 粒子 並進しないもの
不変ではない。 Transformation の際の場の量の間
の関係を確率的なものと考へると 粒子の方は
困難は少くなる。四元ベクトル的には難しい。

Heisenberg も同様に Gitterraum による Quantelung
の方法を考へた。

(3) Landau und Peierls, Erweiterungen des Unbestimmtheitsprinzips für die relativistische Quantentheorie (ZS. f. Phys. 69 (1931), 56)

〃 , Quantenelektrodynamik im Konfigurationsraum (ibid. 62 (1930), 188) 後の

論文ではこれらの観測の概念、一つの定常状態から他の定常
状態へ移る所に物理的限界の意義がある。この際
観測と物理的状態の間の関係は二様である。
第一は測定によって、一測定後の一状態が定まる。
第二は 測定前の状態を再現することを意味して
ゐる。(測定とは) 古典力学では この区別は不必要で
あった。何故かといへば、測定前後の状態は同一と見て
よかったからである

量子力学では測定によって体系の状態が変化する。その変化は原理的に不定である。併し吾々は測定には反復可能性(Wiederholbarkeit)があると仮定する。即ち再び同じ測定を続けてやれば、必ず同じ結果が得られるといふのである。併しこの仮定は一般に正しくない。吾々はこれよりも弱い予言し得る測定(voraussagbare Messung)の存在を仮定しさへすればよい。それは次の事を意味する

Für jeden Wert des Meßresultats existiert ein Zustand des Systems ~~existiert~~, in dem diese Messung mit Sicherheit das betreffende Resultat ergibt.

観測前の体系の状態を $\psi\cdot\varphi_0$ とする。但し φ_0 は測定装置の状態。観測後の状態を $\sum_n \psi_n \varphi_n$ とする。φ_n は装置の固有函数、ψ_n は体系の函数。ψ_n は一般に ψ に depend するが、その仕方は linear である。所で装置の状態から、一義的に体系の状態を知得られねば、ψ_n は — ψ に無関係に — $\psi_n = a_n u_n$ の形でなければならぬ。所が a_n は ψ に就き linear であるから、

$$a_n = \int \psi v_n^* d\tau$$

従って、$|a_n|^2$ が測定によって ~~n番目の~~ 結果の得られる確率を意味し、且つ、$\sum a_n v_n = \psi$ と書ける。

v_n は vollständiges Orthogonalsystem をなす。

○ Messung が voraussagbar といふことは、$\psi = v_n$ とおけば、従って a_n は外は 0 にならねばならない、を意味する

○ Messung が wiederholbar といふことは $v_n \equiv u_n$ を意味する。wiederholbar といふことは必ずしも成立しない。併し voraussagbar な Messung がなければ、System の状

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 7

然し後者結果は定められなくなり、~~これは~~ "Zustandbegriff"
~~突象~~が "Bahnbegriff" と同じ様いを意味しなる。

(追)
~~蓋然的~~く、観測によって $\psi \to u_n$ なる移動が惹起される。どの移動が惹起されるかは $\psi = \sum_n a_n v_n$ の係数の絶対値の二乗 $|a_n|^2$ に比例する。若し観測直前に v_n なる状態にあれば必ず u_n への移動が起る。逆に状態 v_n は「観測~~によって結果が生ず~~ n なる結果を与へる」といふ性質によって表はされる。観測後の状態 u_n $(n=1, 2, \cdots)$ は必ずしも Orthogonal system を形成するとは限らぬ。
u_n と v_n とが同一である条件は System と Apparat の相互作用によって移動が起らぬこと、即ち相互作用がエネルギーと観測される量とが vertauschbar であるといふ事である。non-relativistic な範囲ではそれは當然である。

Wiederholbarkeit の仮定されぬ~~最も著しい例は~~ことは一般に測定に時間を要することからわかる。時間は $\Delta E \Delta t > h$ で制限されてゐる。これは Bohr が注意したやうに「一定の時刻のエネルギーは正確に知り得ない」といふのでなく、
「エネルギーをいくらでも短かい時間内にいくらでも正確に測定することが不可能なり」といふことである。この場合 ~~観~~ 観測結果 (v_n) と観測後の状態 (u_n) の間の差異は、Energieunschärfe ΔE が $h/\Delta t$ の程度以下 <Δt 時間以内の観測では> に出来ないことのみを意味する。
・Impuls の Messung の際には
$$(v-v')\Delta P > \frac{h}{\Delta t}$$

で規定される "bestimmte" Impulsänderung を伴う。
この他に unbestimmte Änderung がある。
relativistisch には

$$\Delta p \Delta t > \frac{h}{c}$$

となる。（衝突後の状態に対しては この関係は成立しない 論文に 導かれる。何故かといへば Δt 時間内には cΔt の程度の不確定さしかない。一しかし 測定器の位置がはっきり知れて居たとすると 一従って $\Delta p \Delta q > h$ から上式 が出る。

(4) Davydov, Messungsmöglichkeit in Relat. Quantengebiet (Phys. ZS. Sowj. 2 (1932) 91)

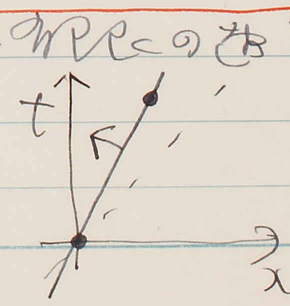
Q.M. では 観測操作によって引き起された 状態の変化は implicit に含まれてゐる。しかし 観測装置の変化は 与へられてゐない。然るに 装置（これは物体的）の位置の不確定性さが 状態の座標の それに比して無視し得る 限りに於て 意味がある。（装置に関する）その場合に 始めて 装置を古典的に扱ひ得る。

Non-rel. Q.M. では 直接の観測、或いは一定の時刻に於ける観測 が考へられてゐる。相対性的 Q.M. でもそれと同じ ~~事柄~~、観測の概念が採用されてゐるが、此の Lorentz 不変性 が保証されるようであるか。

しかるに 観測とは 非常に短い時間の間に於ける ある系統の集積 を意味する。~~しかし~~ この系統は粒子の速さで しか伝へられない。然るに 例へば

$x - vt = \mathrm{const}$ $\qquad v < c$

なる如き 速度上で 行はれると考へねば ならぬ。



(5) Schrödinger, Discussion of Probability Relations between Separated Systems (Proc. Camb. Phil. Soc. 31 (1935), 555)
Schrödinger, Die gegenwärtige Situation in der Quantenmech. (Naturwiss. 23 (1935), 807, 823, 844)

一般に全体系の状態は各系の固有函数 $f_n(y)$ で

$$\Psi(x,y)=\sum_n c_n g_n(x) f_n(y)$$

と特殊な展開しておる。$g_n(x)$ が又特殊の固有函数であるならば、$f_n(y)$ は

$$f(y)=\lambda\int K(y,y')f(y')dy'$$

なる積分方程式の解になるような固有函数でなければならない。但し $\lambda_k = |c_k|^{-2}$

$$K(y,y')=\int dx\, \Psi^*(x,y')\Psi(x,y)$$

一般にこの様な展開の仕方は一つしかない。
併し例へば
Einstein, Podolsky, Rosen, Phys. Rev. 47 (1935), 777
の例ではいくらでも展開の仕方がある。
その場合には必然的に全ての $|c_k|^2$ が皆等しい。従ってすべての展開が皆 biorthogonal になっておる。
Bohr, Phys. Rev. 48 (1935), 696.

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

No. 10

(6) Bohr und Rosenfeld, Zur Frage der Messbarkeit der elektromagnetischen Feldgrößen.
(Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Math.-fys. Med. XII (1933), 8)

(7) Halpern and Johnson, On the Measurement of Observables in Relativistic Quantum Mech.
(Phys. Rev. 59 (1941), 896)

従来のR. Q. M. の formalism をそのまゝ採用すれば, free particle の運動量の成分は, 任意に短い時間内に測定し得るのであるが, energy の方はさうはいかない。所が運動量とエネルギーの間には関係がある。その為めに運動量を任意の短かい時間内に任意の精密さで測ることは出来ない。

この種の困難は交換関係と不確定性関係の間の~~関係を~~区別を曖昧にする。この困難は Dirac 理論が一電子問題(係)としての電子の取扱ひを許さないといふ事による。

例えば γ-ray microscope に於ける Compton effect による位置の不確定性は, numerical aperture ε と γ-ray の wave length λ とを適当な割合で小さくしてゆけば, いくらでも小さく出来る。

但し, 測定時間での間に少なくとも一つの光子が ε^2 の立体角内に散乱される為めには, 入射光の強さが少くとも — 電場 E にして —

$$E \sim \frac{m^2c^4}{e^3}\cdot\alpha^{\frac{1}{2}}\varepsilon^{-\frac{3}{2}}\delta^{-\frac{1}{2}}$$

の程度でないといけない。従って

$$E \sim \frac{e}{\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2}\cdot\cancel{\sqrt{\hbar c}}\,\alpha^{\frac{1}{2}}\varepsilon^{-\frac{3}{2}}\delta^{-\frac{1}{2}}$$

$\frac{e}{\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2}$ は電子表面における電場の強さ。この様な強い電場では pair creation が盛んに起る。この virtual pair が primary ray の scattering に関係する。
従って普通の electron を單に point charge と考へ~~ら~~(ることは許さ)れない。
field の強い所にも pair creation が影響を及ぼす。

$$\rho(x,x') = \psi^{\dagger}(x')\,\psi(x).$$

\# ψ 消去して. ρ を用いて

$$(\Box - \varkappa^2)\,\rho = \chi\rho \qquad \chi(x)$$

ρ 自身は x と x' について diagonal にはならない.

$$\therefore\ \psi(x)\psi^{\dagger}(x') + \psi^{\dagger}(x')\psi(x) = \cancel{\delta(x,x')}\,D(x,x')$$

(ψ が Fermi 統計に従うとすれば)

而して

$$\rho^{(x,x')} = \sum_{rs} \rho^{(r)(s)}\, e^{ik^{(r)}x^{(r)}}\, e^{-ik^{(s)}x'^{(s)}}$$

$$\left(k^{(r)2} \pm k_4^{(r)2} + \varkappa^{2}\right)\rho^{(r)(s)} = \chi^{(q)}\rho^{(p)(s)}$$

$$\chi(x) = \sum \chi^{(q)}\, e^{i(k^{(q)}x)}$$

~~x~~ $k^{(q)} = k^{(r)} - k^{(p)}$

$$\rho(\Box - \varkappa^2) = \rho\cdot\chi(x')$$

$$\left(k^{(s)2} - k_4^{(s)2} + \varkappa^2\right)\rho^{(r)(s)} = \chi^{(-n)}\,\rho^{(r)(m)}$$

$$k^{(n)} = k^{(s)} - k^{(m)}$$

$$\left(= \chi^{(n)}\rho^{(r)(m)}\right.$$

対称化して ~~しなければ~~

$$\rho(x,x') = \psi^{\dagger}(x')\psi(x) = \psi(x)\psi^{\dagger}(x')$$

対称化しなければ これを用いるか.

INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
KYOTO IMPERIAL UNIVERSITY.

12

No. (1941)

(3) 三村剛昂, 波動幾何学 (物理学文献抄第(1) 17頁)
電磁方程式と 積分條件
物質と物理法則. 理論

(4) ~~Davydov, Messungsmöglichkeit im Relat. Quantegebiet. (Phys. ZS. Sowj. 2 (1932), 91)~~