

YHAL F16 100

別冊 50 新入用

No. 1

日本数学会粒子会法原稿

原 著

素粒子論の方法に就いて、

I. 多時空理論の考察

(昭和17年10月16日講演)

湯川 秀樹

§1. 緒言

現在の素粒子理論は、その基礎が甚だ薄弱なものである。~~これは何故か~~
 といへば、素粒子論に一般的方法を提供する筈の相対性量子力学が、これ
 自身極めて不完全なものであるからである。その原因は一つには、現
 在の量子力学の思考形式が、相対性理論を採り入れるのに適当し
 ておけぬ点に在る。これに對して最近著者は、別の機会に相

(雑誌「数学」稿箋)

發行所 合資會社政道書院

31 x 13

(九折乃至五折迄は・本館までにて一頁)

0.45,000



No. 2

容易しく論じられる⁽¹⁾こと、この繰返さぬこととする。要するに¹²相対性
 理論では、任意二人の観測者に対して自然の法則性が同じ姿で現われて
 来ると考へるが、これらの物理的法則が四次元的に不変であるといふこと
 によつて表現される。これに対応して相対性量子力学に於ても、自然法
 則を記述する ~~粒子系~~の記述に必要の基本的諸概念自身が四次元的な性質
 を具へたものであること¹³が要求される。例へば量子力学の状態の概念
 の如きも、さうでなければならぬ。即ち状態を波動函数~~の~~ ~~波動函数~~とし
 て表現した場合、波動函数の一つとして入つて来る空間が、他の空間的変数
 に対して特約の地位を占めること望ましくないのである。

所以一係問題の場合には、波動函数は確かに四次元的に表現される。
 例へば電子の状態は Dirac の波動函数 $\psi_i(x, y, z, t)$ ($i=1, 2, 3, 4$)
 によつて表現される。多係問題を相対論的に取扱ふには、粒子系から場
 へとの移行、即ち波動函数自身の量子化が¹⁴必要であつた。これは粒子系に對

(雑誌「数学」稿箋)

発行所 合資會社政經書院

31 x 13

(丸字乃至五数字は・本誌第二巻にて一致)

9,45,000



No. 3

より多次元的表現から、場に対する四次元的表現への移行を意味して
 り。この場合量子化された波動函数——即ち場を表す量——の満
 足すべき波方程式は確かに四次元的に不変な形^{性質}を持つてゐる。
 併し場を表す量の間の交換関係は、通常の量子化の方法——即ち
 Heisenberg-Pauliの方法——によれば、~~空間的~~同様の二階向
 間関係としてのみ認められてゐる。これに伴つて、~~場の~~数学的形
 式の解釋の面しても、非相対性量子力学がそのまゝ踏襲されてゐるの
 である。これに対して、Pauli-Jordan-Pauliの理論⁽²⁾は、⁽¹⁾真空の二
 階向の交換関係が~~場の~~場^{真空中の電磁場の関係}に於ては、⁽²⁾場の間の併し、交
 換関係が場方程式と矛盾⁽¹⁾しないこと、~~場の~~場の制約が強くなるが、その
 ため場の間の相互作用を考慮した場合への擴張が困難になる。併
 しこの方法がより相対論的であるといふ意味で、将来の理論へより近
 いてゐる⁽³⁾と見ることが出来る。Diracの多階向理論⁽³⁾は、

(雑誌「数学」稿筆)

発行所 合資会社政経書院

31x13

(九の乃至五の数字は、本誌で二枚にて一頁)

2,15,000



No. 4

として深く
の方向へ更に一歩を踏み出したものがあるが、注目すべきである。そ
れは拘わらず現代物理の所では、~~確立~~立入った研究がほとんどなされ
れておらず、筆を正しい相対性量子力学へ進む一つの基礎として、^(の)
~~多体論理論~~多体論理論を扱った...と云ふのである。
(の本質を出来るだけ明瞭にし)

§2. 多体論理論における再度量子化法

従って多体論理論では、~~粒子系~~ n 個の粒子から成る体系の自然な
 ~~$x_1, t_1, x_2, t_2, \dots, x_n$~~ $(x_1, y_1, z_1, t_1, x_2, y_2, z_2, t_2, \dots, x_n, y_n, z_n, t_n)$ を
座標とする $4n$ 次元の配位空間における波動函数として表はされる。
この表はし方、によると、

- i) 粒子の統計的性質^{統計的}波動函数の対称性^{対称性}に因する^{対称性} ~~対称性~~ ^{対称性} (~~対称性~~)
- ii) 粒子数の変化する場合、空間の次元~~次元~~ ^{次元} ~~次元~~ ^{次元} の配位空間へ

(雑誌「数学」掲載)

発行所 合資會社政経書院

31x13

(九折乃至五折返すは・本館第二版にて一頁)

9,45,000



No. 5

移らねばならぬこと

ことが不便である。

これは波動函数

所以に相対論的量子力学では $3n+1$ 次元の相対論的空間から $3+1$ 次元の量子化された場へ ~~移行~~ の移行が可能であった。これと同様にして
在今の場合にやつて見ると、吾々の量子場論を特殊相対論 V_n ($n < \infty$)
よりから、簡潔のため $(x_i, y_i, z_i, t_i) (i=1, 2, \dots, n)$ を一併の n として $x_i^{(n)}$ と書く、すると x_1, x_2, \dots, x_n の任意函数 $\psi(x_1, \dots, x_n)$
は

$$\psi(x_1^{(n)}, \dots, x_n^{(n)}) = \sum_{k_1, \dots, k_n} C(k_1^{(1)}, \dots, k_n^{(n)}) \left\{ \begin{array}{l} \psi_{k_1}(x_1^{(1)}) \dots \psi_{k_n}(x_n^{(n)}) \\ \psi(k^{(1)}, x^{(1)}) \dots \psi(k^{(n)}, x^{(n)}) \end{array} \right\} \quad (1)$$

(雑誌「数学」稿筆)

なる形に展開出来るのである。但し $\psi_{k_i}(x_i) \dots \psi_{k_n}(x_n)$ は
 k_i 可能なすべての値を x, y, z, t を変数とする直
交函数の完全系を形成するものとする。但し n は最も簡単な場合として
粒子系が体積 V の立方体の中に入れられておるとすれば、

発行所 合資會社政経

No. 6

$$\psi(k, x) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - k_t t)} \quad (2)$$

この平面波の形に取つてもよい。この場合 k の添字は (k_x, k_y, k_z, k_t)

のあらゆる可能な組の一つを表はすと考へる。こゝに従来の ψ の本質的相違が現れて来る。即ち場 ψ に附随する粒子が一定の質

量 m を有する場合には、 $\kappa = \frac{mc}{\hbar}$ と置けば $k_x \dots k_t$ の間には

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - k_t^2 + \kappa^2 = 0 \quad (3)$$

の関係が成立してゐるからである。従つて (1) ~~に~~ 於いて、 k_1

$\dots k_n$ の夫々の和を取らる場合には、(3) の制限範囲で行はれなければならない。

今迄の場合に併し、 κ の制限は考へない。即ち場 ψ に附随

する粒子の質量 ~~は~~ κ の制限は考へない。これを考へた ~~後~~ の

で考へることにして、 κ の角もつと一般の場合——換言すれば粒子の

質量の粒子の場合の混成——を對象とする。 ~~こゝに~~ 斯様な場の整理 ~~は~~

(1) は

(雑誌「数学」稿箋)

發行所 合資會社政經書院

31 x 13

(A, B 乃至 G 諸活字は・本館業二枚にて一頁)

9,45,000



No. 7

$\Psi(x^{(1)} \dots x^{(n)})$ に粒子表現から, $C(k^{(1)} \dots k^{(n)})$ に粒子表現への交換を意味する.

今 n 個の粒子が同種でしかも Bose-Einstein 統計に従ふとする
と, (1) の左邊の Ψ は n 個の $x^{(i)}, x^{(j)}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) の交換に対
して不変である. 従つて右邊の $C(k^{(1)} \dots k^{(n)})$ も 対稱の函数であ
り, 粒子系の状態は k の

~~状態~~ k_1, k_2, \dots

の固有値に ~~対する~~ 属する状態にある粒子の数

n_1, n_2, \dots

を與へる = n として定まる. $\epsilon = \bar{\epsilon}$

$$C(k^{(1)} \dots k^{(n)}) = \sqrt{\frac{n_1! n_2! \dots}{n!}} f(n_1, n_2, \dots) \quad (4)$$

(雑誌「数学」掲載)

発行所 合資會社政経書院

と置くとき, 非相対性理論の場合と ~~境界類似~~ の手續を以て ^{波函数} 量子化せよ

31x13

(A. 湯川秀樹氏蔵・本館蔵二枚にて一頁)

9,45,000



No. 9

以下、⁽⁴⁾ Bloch の指摘した粒子、⁽⁴⁾ 粒子と電磁場の相互作用
 があつた場合の ~~この~~ 読みの可解性問題 ~~は~~、を論じた。併しこの場
 合と雖も、粒子が Prose-Einstein 統計に従ふことを考慮すれば、何れ
 問題 ~~は~~、何故か ~~と~~、 ψ の ~~一つの~~ ⁽ⁱ⁾ ~~一つの~~ ψ が

$$\left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{ie}{\hbar} A_x \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y_i} - \frac{ie}{\hbar} A_y \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z_i} - \frac{ie}{\hbar} A_z \right)^2 \right. \\
 \left. - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t_i} + \frac{ie}{\hbar} A_t \right)^2 - \kappa^2 \right\} \psi = 0 \quad (6)$$

~~ψ~~ が満足するならば、 ψ の対称性から當然他のすべての i に対して
 も (6) が成立するからである。†

従つて (6) の式が成り立つ場合 — 時間の空間的領域の範囲
 にとつて — ψ が存在するところの場問題である。

(この代り) 従つて場の性質

(雑誌「数学」稿)

発行所 合資會社政経書院

31x13

(九折乃至五折返金は・本誌第一頁にて一頁)

9,45,000



No.

文 献

- (1) 湯川, 科学 12 (昭和¹⁷年), 249, 282, 322.
- (2) Jordan und Pauli, ZS. f. Phys. 47 (1928), 151.
- (3) Dirac, Proc. Roy. Soc. A 136 (1932), 453; Dirac, Fock and Podolsky, Phys. ZS. Sowj. 2 (1932), 468.
- (4) Bloch, Phys. ZS. Sowj. 5 (1934), 301.

(雑誌「数学」稿箋)

発行所 合資會社政經書院

31x13 = 349

(本冊乃第五號活字は・本館第二版にて一頁)

94,500