アハラノフ・ボーム効果を用いた物体内部の３次元磁場分布の計測法

Kansai Techno-Idea Contest '99 KATIC 関西テクノアイデアコンテスト'99

京都大学 基礎物理学研究所　永谷（ながたに） 幸則（ゆきのり）

新アイデア …磁場のトモグラフィー

電子線ホログラフィー像 (AB効果)と
ラドン変換を用いて
物体内部の立体的な磁場分布を知る

磁場分布 ⇒ 電流分布

⋮ ⋮

磁気メディア　半導体素子

超電導

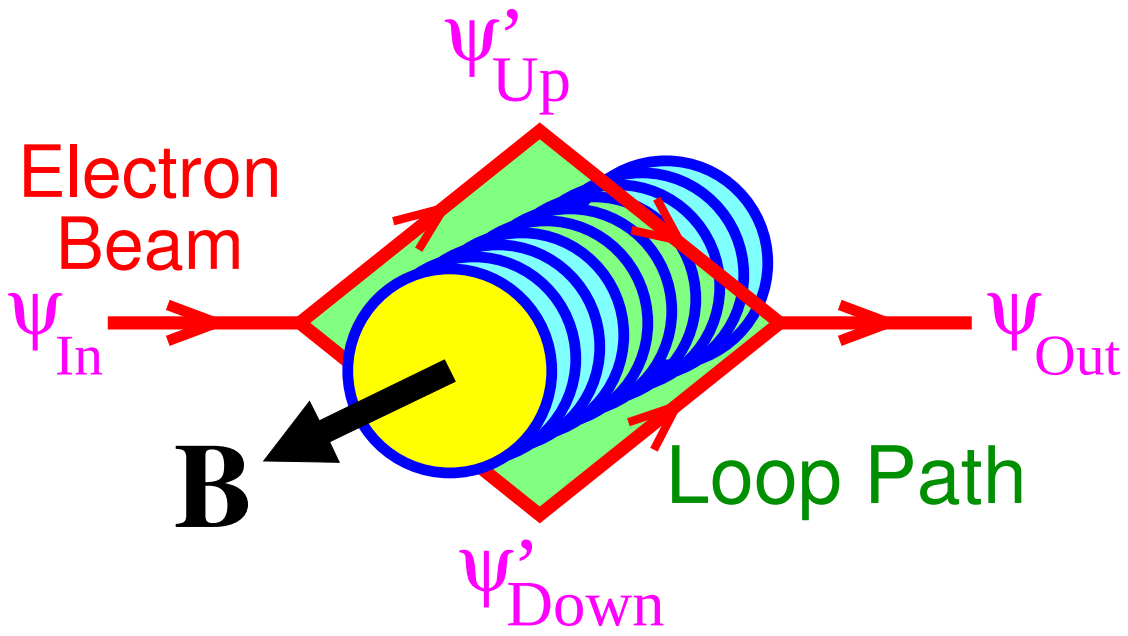
生物内電流

脳、神経

アハラノフ・ボーム効果

荷電粒子を閉ループに沿って干渉させた場合、
位相の差は閉ループを貫く磁束に比例する。

Aharonov & Bohm '59



位相の差は粒子線の干渉強度として検出できる。

$$|\psi_{\mathrm{Out}}|^2 = |\psi_{\mathrm{In}}|^2 \times \left\{ 1 + \cos\left[\frac{\Phi}{\hbar/e} \right] \right\}$$

$$\Phi = \int_{\substack{\text{ループ} \\ \text{内部}}} d\mathbf{S}\cdot\mathbf{B} = \oint_{\text{ループ}} dx^{\mu} A_{\mu}$$

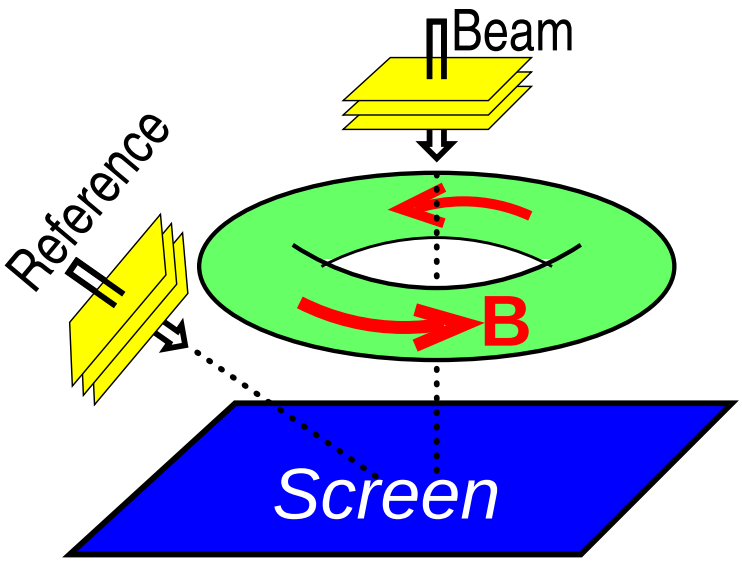
応用例 SQUID　量子干渉による高感度磁場センサー

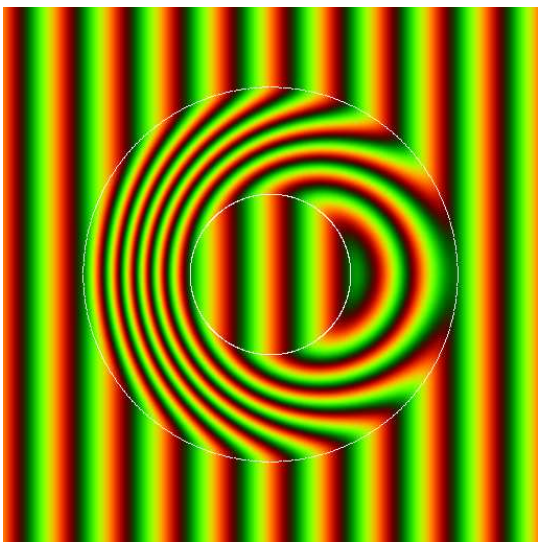
閉ループ：超電導体の経路＋ジョセフソン結合
荷電粒子：クーパー対 $2e^{-}$

電子線ホログラフィー

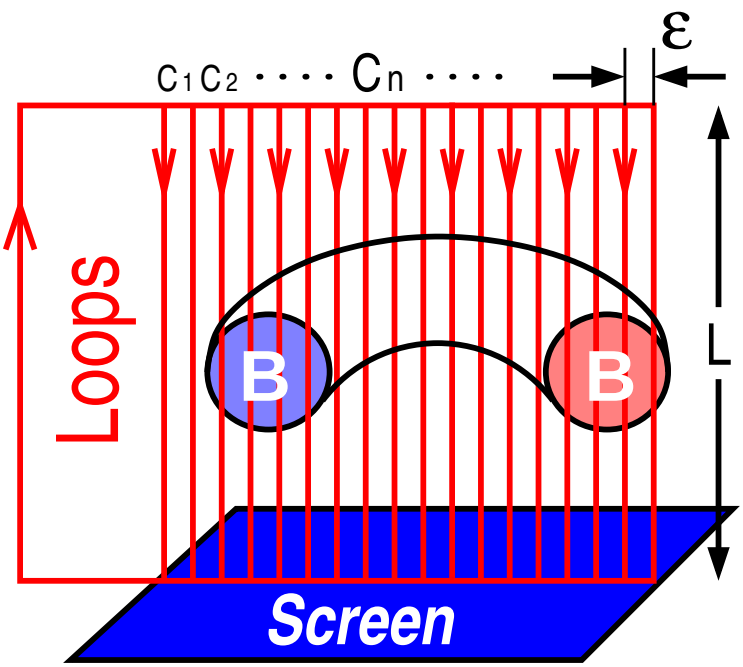
物体を透過した電子波と、
参照用の平面波との干渉縞パターン

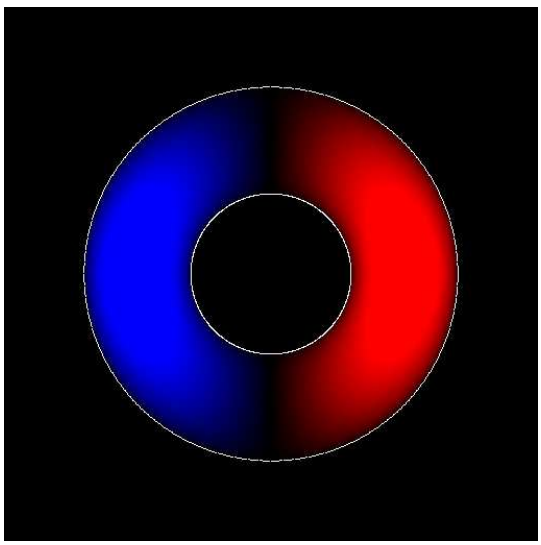
例 トロイダル磁石





⇒ 多数の短冊状閉ループの同時観測に相当





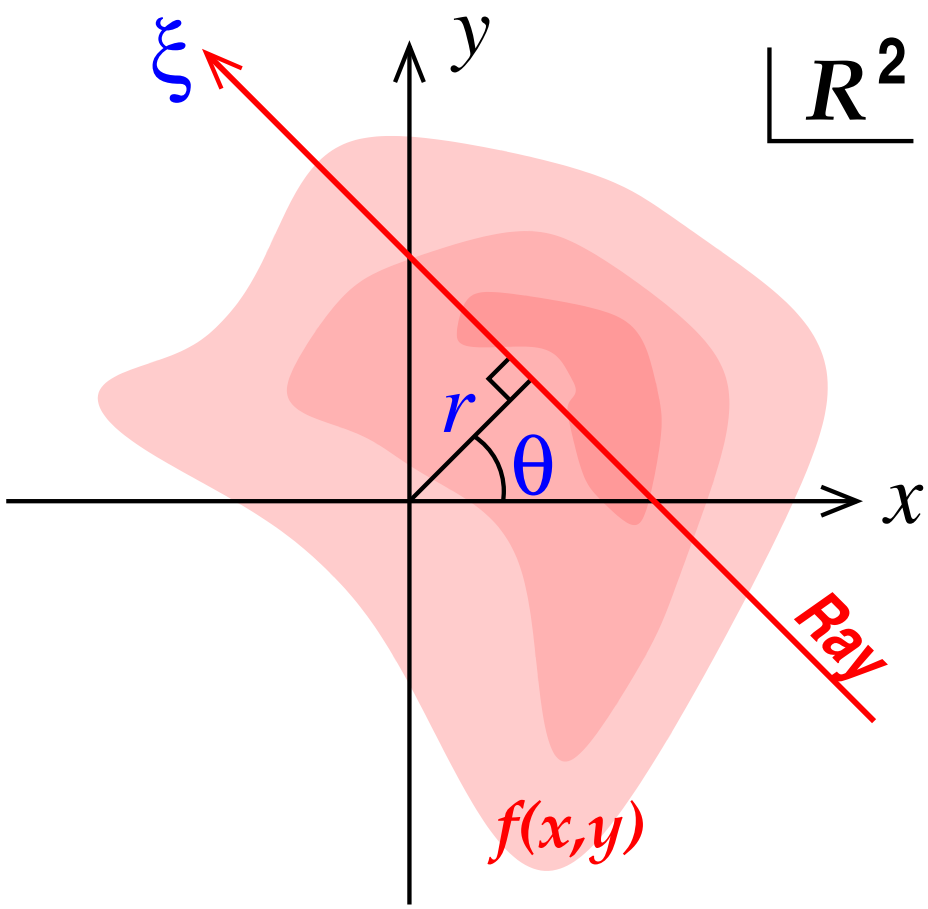
⇒ 短冊状閉ループ C_n を貫く磁束 Φ_n の測定

磁場の強さの分布 $B^i(x)$ を知るには？

ラドン変換　…CTスキャンの数学

$f(x,y)$：平面上の関数

$F(r,\theta)$：Ray空間(直線全体のなす空間)上の関数



ラドン変換:　…Ray上で$f(x,y)$を足し上げる操作

$$F(r,\theta) = \int d\xi\, f(r\cos\theta - \xi\sin\theta,\ r\sin\theta + \xi\cos\theta)$$

逆ラドン変換が存在する

$$f(x,y) \overset{\mathcal{F}_{(2)}}{\longleftrightarrow} \tilde{f}(k_x,k_y)$$

ラドン変換 ⇓

$$\| \quad \begin{cases} k_x = k\cos\theta \\ k_y = k\sin\theta \end{cases}$$

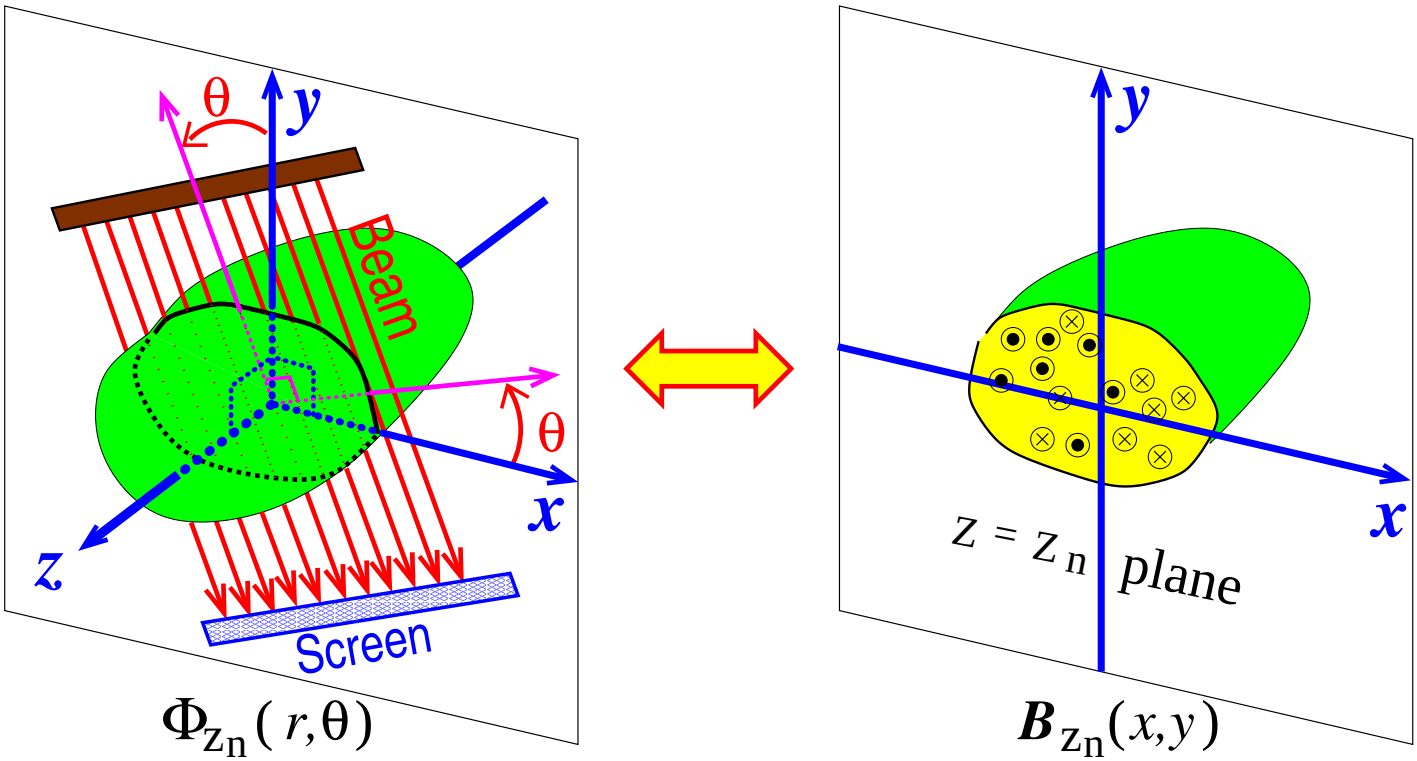
$$F(r,\theta) \overset{\mathcal{F}_{(r)}}{\longleftrightarrow} \tilde{F}(k,\theta)$$

新アイデア 磁場のトモグラフィー

対応 短冊状ループ (ε:小, L:大) ⇔ Ray

$$\Phi_{Z_n}(r,\theta) = \int_{\text{ループ内部}} d\mathbf{S}\cdot\mathbf{B}(x) = \varepsilon \int_{\text{Ray}_n} d\xi\ B_z(x(\xi))$$

⇒ ラドン変換に対応!



$\Phi_{z_n}(r,\theta)$ $\boldsymbol{B}_{z_n}(x,y)$

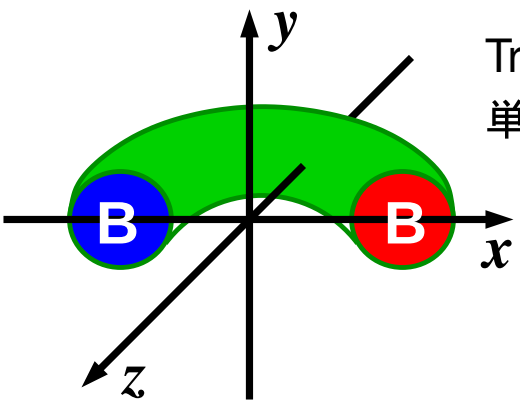
短冊ループを貫く磁束　　磁場の強さ

⇒ 干渉縞の集合から「逆ラドン変換」により
磁場分布 $B_z(x,y,z)$ を知ることが出来る！
… B_x 成分、B_y 成分も同様

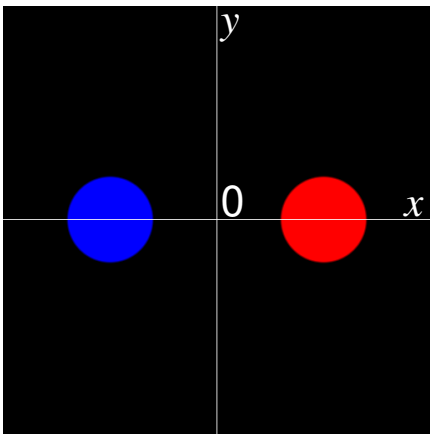
⇒ 任意の場所に SQUID 磁場センサーを置く事を
多数のホログラムパターンから数値的に再現

数値シミュレーション

例 トロイダル磁石の断面 での磁場のトモグラフィー

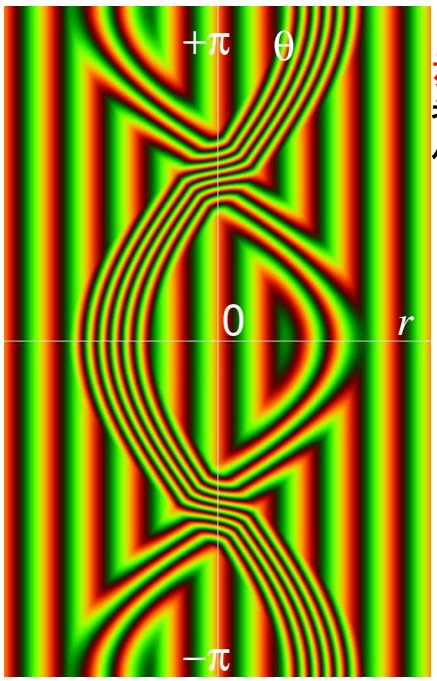


Troidを周回する磁束は
単位磁束 (h/e) の４倍



$B_z(x,y)$ の分布
赤:負, 青:正

干渉縞の集合



Beam回転角 θ

スクリーン位置

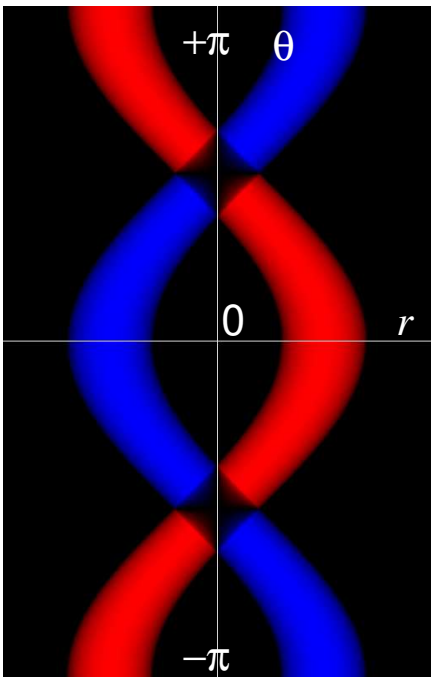
赤縞と緑縞は
参照Beamの
位相差 π/2

単位長さ ε 当りの
縞の位相変化量の
評価

短冊ループ中の
磁束量の評価

$\Phi_{Z_n}(r,\theta)$

短冊ループ磁束

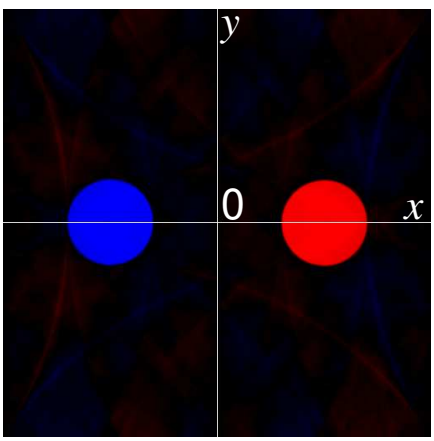


スクリーン位置

逆ラドン変換

$\Phi_{Z_n}(r,\theta) \rightarrow B_z(x,y)$

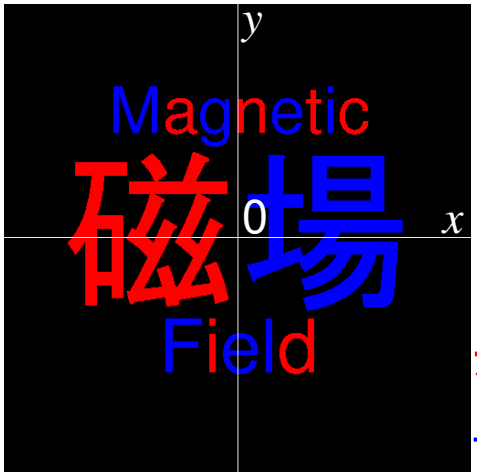
による磁場分布再構成



数値シミュレーション (その２)

例２ 複雑な磁場分布のXY断面の場合

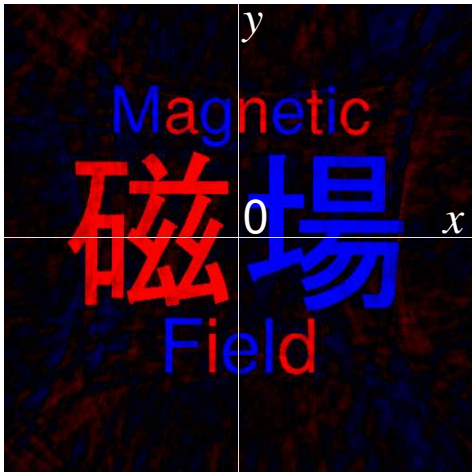
初期磁場分布



赤:負

青:正

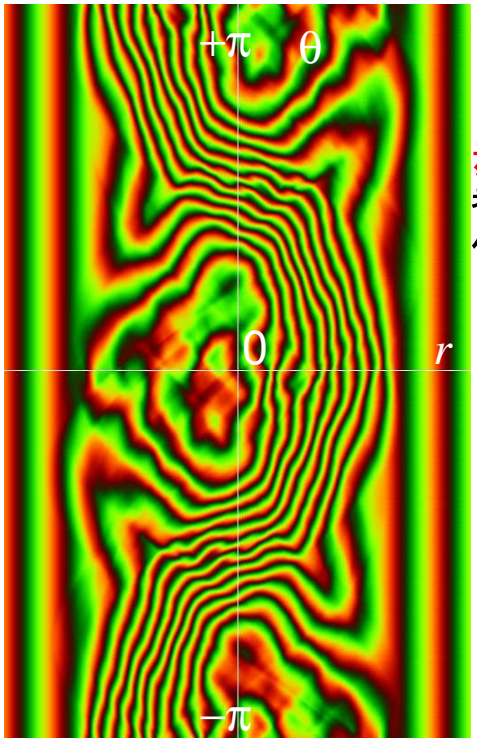
シミュレーション 結果



⇓ 干渉

⇑ 逆ラドン変換

干渉縞の集合



Beam回転角 θ

スクリーン位置

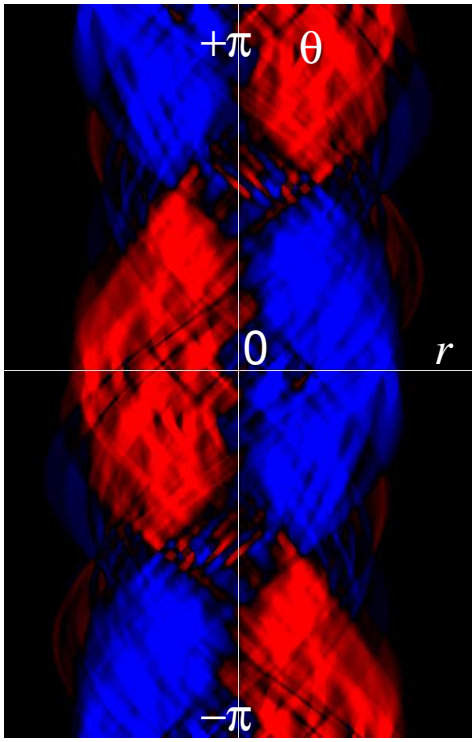
赤縞と緑縞は
参照Beamの
位相差 π/2

単位長さ ε 当りの
縞の位相変化量の
評価

短冊ループ中の
磁束量の評価

$\Phi_{Z_n}(r,\theta)$

短冊ループ磁束



スクリーン位置

本提案の特長

- ３次元的な電流分布も計測できる
  磁場分布の時間変化 & マクスウェル方程式

- 透過型電子顕微鏡の簡単な改造で実現可能
  …試料の回転台、電子線プリズム の設置

  a.磁場の空間分解能　≃ 電子顕微鏡の分解能
  b.磁場の強さの分解能 ≃ SQUID と同程度 (h/e)

  c.観測対象物の満たすべき条件:
  電子線を観測可能な程度に透過させる事
  $\Rightarrow$ **0.**数ミクロン程度より小さいもの

- 高エネルギーの粒子線(e,p)を用いる場合
  透過力が大きい $\Rightarrow$ 大きな物体も観測可能
  加速器、専用の検出器の開発が必要…

各種トモグラフィーとの比較

X線 CT	$\Rightarrow$	X線吸収量の分布	(スカラー量)
(N)MRI	$\Rightarrow$	陽子の共鳴の分布	(スカラー量)
PET	$\Rightarrow$	放射性同位体の分布	(スカラー量)
本提案			
ABT	$\Rightarrow$	磁場の強さの分布	(ベクトル量)

応用分野

今すぐにでも実用化可能なもの　…電顕の改造

- 従来のローレンツ顕微鏡の代替　平面 ⇒ 立体

  a. 磁性体の磁区の立体的な観察

  b. ハードディスク等の磁気構造の3次元計測

  ⋮

- 動作中の半導体素子中の立体電流分布の観察
  …半導体素子の研究・開発手段

- 超電導体の磁気渦の構造、
  磁気ピン止めの観察　…超電導体の研究手段

  ⋮

将来的な応用　…高エネルギー粒子線を使用

- 生きた生物　細胞、昆虫、小動物…

- 脳、神経　…可能ならば究極の観測対象

  脳内の軸索などの電流分布の観測

  ⇒ 脳内の個別ニューロン全ての
  興奮と伝搬の同時観測が可能!

  対象の放射線被曝と莫大な費用を伴うが、
  脳の情報処理システムの(完全な)解析が可能!

従来品: 脳磁計(MEG) …解像度が決定的に低い